2024.10.20

武田 利一 様

急に秋らしくなりました。季節の変わり目です。お体に気をつけて下さい。

割り算と平方根を題材としたレポートを作りました。もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

今年は循環節の分割和の見なおしをしました。また平方根を1桁ずつ求める考え方を平方計算の工夫に着目して考え直しました。

平方計算の工夫

①

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times\ 32 \\ \hline 64 \\ +96 \\ \hline 1024 \end{array}$$

1つずつ計算する。

② $31^2 = 961$

$31 \times 2 + 1 = 63$

$$\begin{array}{r} 961 \\ +\ 63 \\ \hline 1024 \end{array}$$

1つ前の計算結果を利用する。

③

30^2	$= 900$		
31^2	$= 961$	$+61$	$30\times2+1$
32^2	$= 1024$	$+63$	$30\times2+3$
33^2	$= 1089$	$+65$	$30\times2+5$

平方計算を組織化する。

林 邦英

2024、10、6

割り算と平方根に関するレポートを作りました。もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

[割り算について]

筆算の割り算に ×10 を省略せずにつけ加えました。計算の「見える化」です。 ×10 を変化させるとどうなるのでしょうか？ $1 \div 7$を ×9 で行うと $0.\dot{1}2\dot{5}$ となり $1+2+5=8$ となりました。他の計算例を示します。 $1 \div 13 = 0.\dot{0}6\dot{2}$　$0+6+2=8$　$1 \div 17 = 0.\dot{0}467842\dot{1}$

$0467+8421=8888$ となります。

(9進法の計算です)

$1 \div 32 = 0.\dot{0}24\dot{7}$　$0+2+4+7=14$　$1+4=5$

(9進法の計算です)

$1 \div 64 = 0.\dot{0}123456\dot{8}$　$0123+4568=468⑪=4702$

$17 \div 32$ (9進法では $18 \div 35$) $= 0.\dot{4}70\dot{2}$

$1 \div 32$, $1 \div 64$ では 8がならびません。これは M進法で $(M-1)$で割った時の循環節が1桁になることで説明ができます。 $9-1=8=2^3$ で割る数に2を含むと変則形になるからです。十進法では $10-1=9=3^2$ なので3を含むと変則形になります。なぜそうなるのかの理由を考える上で $1 \div 49$ の循環節の分割和の実験はわかりやすい実例だと思います。

2024.10.6

電卓は桁数に限りがあります。続きを求める方法を知っていると便利です。

電卓を使った尺取虫法を考えました。

和算家 山路主住 (1704 − 1773) さんは 大きな数の割り算を何人かで分業する方法を考えました。10番目のあまりを使って 20番目，30番目… のあまりを求めると 21番目からと 31番目からと…，同時に行なうことができます。 1÷49を例にすると 10番目のあまりは32です。

$32\times32=1024=49\times20+44$　32×32を49で割るとあまりは44です。

$32\div49$は11番目から　$44\div49$は21番目からの計算になります。

31番目からは $36\div49$　41番目からは $25\div49$ になります。

1÷32を例として4つの計算を示しました。右側は9進法の計算と ×9 の計算をならべました。左側は、数に対しての異なる考え方が表現されています。 $1=0.9999\cdots$ を説明するときに使えます。

$\frac{1}{32}=\frac{3}{96}=\frac{3}{100-4}$ を使って

$0.03\times(1+0.04^1+0.04^2+0.04^3+0.04^4+0.04^5+0.04^6+\cdots)$

$=0.03\times(1+0.04^1)\times(1+0.04^2)\times(1+0.04^4)\times(1+0.04^8)\times\cdots$

とすると計算は加速されます。

2024.10.6

平方根を1桁ずつ求める考え方には共通点があります。

前行程までわかった正方形（近似値）の2辺の和を有効活用していることです。平方計算（かけ算）を組織化し、計算結果を有効活用することでかけ算をたし算に直すことができます。近似値法（啓林館）をあらため平方計算法（十進平方計算法）を作りました。

たし算を引き算にしたものがめのこ算です。あつかう数字の数を減らすことができます。ひき算を何回も行うことなく1回の計算で行なうのが開平法です。計算は筆算の割り算とよく似ています。

Googleを使って「開平法」を調べました。（2024.10.6. 11:02）

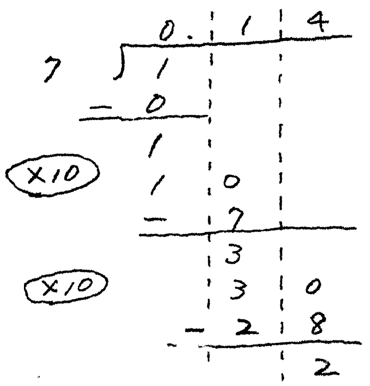
①学びTimes ②wikipediaに続き ③海城中学高等学校「中学2年（高校数学の美しい物語）数学A「開平法」がみつかります。中学の先生の書かれたものでわかりやすく書かれています。新興出版社啓林館「平方根の値を求めよう」（中学3年の教科書の単元目標）を参考にしました。

2024.8.12

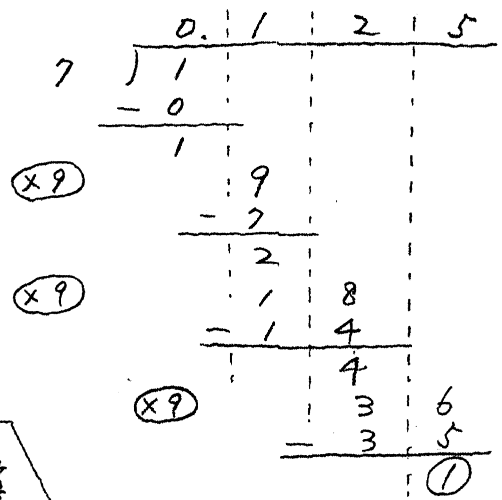
割り算

① 計算方法

㋐ 筆算の割り算



⊗10 を変化させると



①ができたので計算は始まりにもどります。

0.125125....

これはいったい何でしょう。

〔ヒント〕

1+2+5 = 8

㋑ 電卓(12桁)を使った割り算

1÷7 = 0.142857 1428 5

続きを求めるには？

428×7 = 2996

1000−996 = 4　つなげる。

4÷7 = 0.5714285714 2

この方法でよいのだろうか？

② 1÷7

1÷7 = 0.142857 142857 … と6つの数字をくり返します。

計算の途中のあまりは 1→3, 2, 6, 4, 5, 1 です。

142+857 = 999　14+28+57 = 99

1+4+2+8+5+7 = 27　2+7 = 9

[参考] $1\div41=0.\dot{0}243\dot{9}$　0+2+4+3+9 = 18　1+8 = 9

③ 1÷49

1÷49 = 0.020408 16 326

続きを求めて下さい。

[発展] (ア) 02, 04, 08, 16 に着目すると？

(イ) 10番目のあまりを使って 20番目 30番目のあまりを求めると？

$1\div49=0.\dot{0}20408163265306122448$
$979591836734693877551\dot{}$

42の数字をくり返します。　どうして 49−1 = 48ではないのか？

2等分・3等分・6等分

して加えると？

7等分では？

$$
\begin{array}{r}
020408 \\
163265 \\
306122 \\
448979 \\
591836 \\
734693 \\
+\ 877551 \\
\hline
\end{array}
$$

1÷32

①

32) 1 → 0.03125

1
−0
1
×10 10
−0
10
×10 100
−96
4
×10 40

×10 4
40
−32
8
×10 80
−64
16
×10 160
−160
0

② $\frac{1}{32} = \frac{3}{96} = \frac{3}{100-4}$

n	4^n	×3
0	1	3
1	4	12
2	16	48
3	64	192
4	256	768
5	1024	3072
6	4096	12288
7	16384	49152
8	65536	196608
9	262144	786432
10	1048576	3145728
11	4194304	12582912

0.03
12
48
192
768
3072
12288
49152
196608
786432
+ 3145728

0.031249 9999999999 868928
12582912

9進法での 1÷32 の計算

32は9進法では35になります。

$32 = 10\times3+2 = 9\times3+3+2 = 9\times3 + 1\times5$

$1 \div 35 = 0.\dot{0}24\dot{7}$

35) 1 → 0.0247

1
−0
10
−0
100
−71
180
−152
270
268
1

1	35
2	71
3	116
4	152
5	187
6	233
7	268
8	314
9	350

32) 1 → 0.0247

1
−0
×9 1
9
−0
×9 9
81
−64
×9 17
153
−128
×9 25
225
−224
1

×9での計算例

$1\div13 = 0.\dot{0}6\dot{2}$ $0+6+2=8$

$1\div17 = 0.\dot{0}467842\dot{1}$

$0467+8421=8888$

$1\div32 = 0.\dot{0}24\dot{7}$

$1\div64 = 0.\dot{0}123456\dot{8}$

$9-1=8=2^3$ により例外

$\frac{0}{9} + \frac{2}{81} + \frac{4}{729} + \frac{7}{6561} = \frac{205}{6561}$

$6561-1=6560$

$6560 \div 205 = 32$

平方根を求める考え方の中で十進法に対応して1桁ずつ求める開平法はよく知られています。

左では正方形の2辺の和を計算しています。右では取り残したL字形の面積を計算しています。

$\sqrt{106929}$ を例とします。　⑦ 開平法

3		3	2	7
3		10	69	29
62		9		
2		1	69	
647		1	24	
7			45	29
			45	29
				0

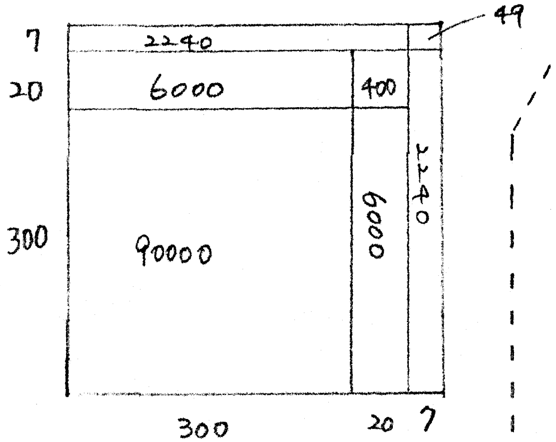
$90000 = 300 \times 300$

$12400 = 620 \times 20$

$620 = 300 + 300 + 20$

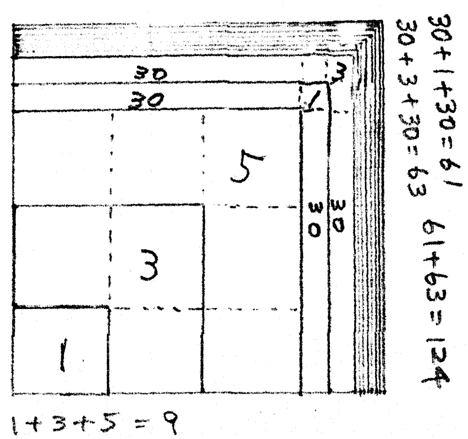
$4529 = 647 \times 7$

$647 = 320 + 320 + 7$



⑥・⑧

$641+643+645+647+649+651+653 = 4529$



⑥ 平方計算法　（十進平方計算法）

0		+1	30	900	+61	320	102400	+641
1	1	+3	31	961	+63	321	103041	+643
2	4	+5	32	1024	+65	322	103684	+645
3	9	+7	33	1089		323	104329	+647
4	16					324	104976	+649
						325	105625	+651
						326	106276	+653
						327	106929	

$3 \times 10 \times 2 + 1 = 61$

$9 \times 100 = 900$

$32 \times 10 \times 2 + 1 = 641$

$1024 \times 100 = 102400$

⑧ めのこ算

10　69　29

① $10-1=9$
② $9-3=6$
③ $6-5=1$

① $169-61=108$
② $108-63=45$

① $4529-641=3888$
② $3888-643=3245$
③ $3245-645=2600$
④ $2600-647=1953$
⑤ $1953-649=1304$
⑥ $1304-651=653$
⑦ $653-653=0$

$1 \times 100 = 100$
$100 + 69 = 169$

$45 \times 100 = 4500$
$4500 + 29 = 4529$

$3 \times 2 \times 10 + 1 = 61$　　$32 \times 2 \times 10 + 1 = 641$

平方計算は工夫をすることでたし算になります。

⑥平方計算法のたし算を引き算にしたものが⑧めのこ算です。何回も引き算をくり返すことなく1回の計算ですますのが⑦開平法です。

計算方法は筆算の割り算に似ています。