2024.1.4

本年も宜しくお願いします。

2023年は常用対数表の作り方について考えました。4つの考え方に分類しました。④級数展開を使う方法 ー 今日の方法です。自然対数を求めてから $\log_e 10$ を使って常用対数に直します。②平方根を使う方法 ー 和算家の安島直円さん 会田安明さんの考え方はここに分類されます。オイラーの無限解析 P.88-89 に $\log_{10} 5$ の例があります。1972.12 数学セミナー臨時増刊、数学100の発見の中にある 井関清志さんの書かれた対数 P.38-40 に ブリッグスさんの 1624年の方法が紹介されています。$\log_{10} a \fallingdotseq \dfrac{2^m(\sqrt[2^m]{a}-1)}{2^n(\sqrt[2^n]{10}-1)}$ この式は平方根を使う方法の中で完成度の高いものです。下段で $\log_e 10$ を一度計算しておけば上段だけの計算で済みます。ブリッグスさんは自然対数や微積分の考え方のなかった時代に $\log_e 10 = 2.302585\cdots$ と $\log_e(1+x) \fallingdotseq x$ を求めています。すごいことだと思いました。この式は $\sqrt[2^n]{10}$ の表と $(\sqrt[2^n]{10}-1)\times 2^n$ の表の観察によって作られたと思いました。③指数関数(逆関数)を使う方法 ー 複利計算の表を使う考え方で ビュルギさんは 1620年に数表だけ発表しています。1.0001^x の表です。1.0001^{23027} と 1.0001^{23028} を使って $\log_{1.0001} 10 = 23027.0022$ を求めています。区間を直線で近似しています。ビュルギさんの考え方とブリッグスさんの10を底とする考え方を合体すると、1.01^x の表で約4桁 1.001^x の表で約6桁 1.0001^x の表で約8桁の常用対数表を作ることができます。$\log_{10}(n+1) - \log_{10} n \fallingdotseq \dfrac{2}{\log_e 10} \cdot \dfrac{1}{2n+1}$ の簡易

2024. 1. 4

計算法と考えることができます。①累乗計算を使う方法 ー $2^{10}=1024=1.024\times10^3$ を使って $\log_{10}2 \fallingdotseq 0.3$ とする考え方です。4つの発展段階に整理しました。

㋐ 10^n 乗した時の(桁数ー1)を利用する。

$$7^{10} = 2.82475249\times10^{8} \qquad \log_{10}7 \fallingdotseq 0.8$$
$$7^{100} = 3.2344765 0956\times10^{84} \qquad \log_{10}7 \fallingdotseq 0.84$$
$$7^{1000} = 1.25325663968\times10^{845} \qquad \log_{10}7 \fallingdotseq 0.845$$

㋑ n 乗した時に $1.00\cdots\times10^m$ となる場合をさがして使う。

$$2^{10} = 1024 = 1.024\times10^3 \longrightarrow \log_{10}2 \fallingdotseq 3\div10 = 0.3$$
$$7^{510} = 1.0000009 3768\times10^{431} \longrightarrow \log_{10}7 \fallingdotseq 431\div510$$

㋒ 2.3補正法

$2^{10}=1.024\times10^3$ を使って $\log_{10}2 \fallingdotseq 3\div10+(1.024-1)\div10\div2.3$

㋓ 1.01^x の表を使って作った4桁常用対数表の続きを求める方法

［対数零約術］

段数

$0.3010 = 0+(3.3.9.1)$

$$\frac{0}{1} \quad \overset{1/3}{\frac{1}{3}} \quad \overset{1/3}{\frac{3}{10}} \quad \overset{1/9}{\frac{28}{93}} \quad \left(\overset{1/1}{\frac{31}{103}}\right) \quad \overset{1/2}{\frac{59}{196}}$$

			1との差 (強弱)	
2^3	=	0.8×10^1	-0.2	
2^{10}	=	1.024×10^3	$+0.024$	
2^{93}	=	$0.9903520314\times10^{28}$	-0.00964	
2^{103}	=	$1.01412048015\times10^{31}$	$+0.01412$	←上より差が大なので不可

段数

$0.024\div0.00964 = 2.489\cdots\ (3.3.9.1) \longrightarrow (3.3.9.2)$

$2^{196} = 1.004336277 59\times10^{59} \quad +0.004336$

強弱 $0.009648\div0.004336$ を計算し次の段数を決定します。

2024.1.5
2024.1.6

4月に 1.01^x の表を使って 1.00〜9.99までの約4桁の表を使うことができることがわかりました。7月にビュルギさんの1620年の数表を使って何ができるのかを確かめました。1.0001^{2300} と 1.0001^{2301} を使って 9.9731〜9.9740を計算した時に $\frac{10000}{99730}$ を調べました。$10000 \div 99730 \div 23027.0022 = 0.00000435\dot{4}\dot{8}$ $[\dot{4}\dot{8}]$に着目しました。$\log_{10}(n+1)-\log_{10}n = \frac{2}{\log_e 10}\left\{\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{3(2n+1)^3}+\frac{1}{5(2n+1)^5}\cdots\right\}$ の式で $n=99731$ では[63] $n=99739$では[28]となります。$(63+28)\div 2 = 45.5$ これにより 1.0001^x の表を使って約8桁の数表になることを説明できます。ブリッグスさんの考え方とビュルギさんの考え方について考察した後で残された①累乗計算を使う方法を見直しました。②と③の方法にくらべて完成度が低いと思ったからです。対数零約術を作りました。強弱を使って段数を決定します。

1/6
自然対数をテイラー展開を使って求め常用対数を求める方法を考え出した近代西洋数学がどのようにして形成されたのか、ブリッグスさんビュルギさんの考え方が土台となっているのだと思いました。水面下の氷です。

Googleを使って常用対数 近似分数を調べました。北海道の加藤さんの20年近く前の研究があるだけでした。$\log_{10}(1+x) = \frac{1}{\log_e 10}\left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\cdots\right)$ の式と組み合わせると、常用対数表の続きを簡単に求められるのにと思いました。

Googleで累乗根 近似を調べ $\sqrt[n]{\frac{x}{t}} \approx \frac{(n+1)x+(n-1)t}{(n-1)x+(n+1)t}$ をみつけました。([1/1]パデ近似) x が $\frac{x}{t}$ に発展させてあり、うれしく思いました。　林邦英