

武田 利一様

2 ÷ 31831 の計算について考えてみました。

31831 = 139 × 229 と分解できるのて 1 ÷ 139 と 1 ÷ 229 についてまず考えます。

$ \begin{array}{r} 139 \overline{) 0.0071942446} \\ \underline{1000} \\ 973 \\ \underline{270} \\ 139 \\ \underline{1310} \\ 1251 \\ \underline{590} \\ 556 \\ \underline{340} \\ 228 \\ \underline{620} \\ 556 \\ \underline{640} \\ 556 \\ \underline{840} \\ 834 \\ \underline{6} \end{array} $	<table border="0"> <tr><td>1</td><td>139</td></tr> <tr><td>2</td><td>278</td></tr> <tr><td>3</td><td>417</td></tr> <tr><td>4</td><td>556</td></tr> <tr><td>5</td><td>695</td></tr> <tr><td>6</td><td>834</td></tr> <tr><td>7</td><td>973</td></tr> <tr><td>8</td><td>1112</td></tr> <tr><td>9</td><td>1251</td></tr> </table>	1	139	2	278	3	417	4	556	5	695	6	834	7	973	8	1112	9	1251
1	139																		
2	278																		
3	417																		
4	556																		
5	695																		
6	834																		
7	973																		
8	1112																		
9	1251																		

$\frac{34}{139}$ の始まり (×34)

840
834
6 ← 6に着目

0071942446
 0431654676 (×6)
 258992805⑥ (×6) ← ⑥は②に修正されます。

こゝまで" 23 ← 前半部分の再元 ② ← ②は②に修正されます。

(桁) $23 \times 2 = 46 = (139 - 1) \div 3$

$$229 \overline{) 0,004366812227}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ \underline{916} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 840 \\ \underline{687} \end{array}$$

$$1530$$

$$\underline{1374}$$

$$1560$$

$$\underline{1374}$$

$$1860$$

$$\underline{1832}$$

$$280$$

$$\underline{229}$$

$$510$$

$$\underline{458}$$

$$520$$

$$\underline{458}$$

$$620$$

$$\underline{458}$$

$$1620$$

$$\underline{1603}$$

$$17$$

- 1 229
- 2 458
- 3 687
- 4 916
- 5 1145
- 6 1374
- 7 1603
- 8 1832
- 9 2061

$$004366812227$$

x 17

$$074235807859$$

x 17

$$262 \underline{008733603}$$

$$(0043668) \times 2$$

$$262 \times 229 = \underline{\underline{59998}}$$

あまり 2 の確認

004366812	(x56)	227079235	807860262	
008733624		454148470	⑥ 615720524	x2
017467248		908296940	③ 231441048	x2
034934496	① 816593880	⑥ 462882096		x2
069868992	③ 633187760	⑫ 925764192		x2

前半の再元 →

995	633187772	925764192
004	366812227	07423

$$27 \times 4 + 6 = 114 = (229 - 1) \div 2$$

$$\frac{2}{31831} = \frac{34}{139} - \frac{56}{229}$$

$$\frac{34}{139} = 0.0071942446 \dots \times 39 = 0.24460 \dots$$

$$\frac{56}{229} = 0.0043668122 \dots \times 56 = 0.24454 \dots$$

$0.24460431654676258992805755395683$
 $- 0.24454148471615720524017467248908$

 $0.0000628318306053846878828815$
46775



$\frac{2}{31831}$
46と228の最小公倍数は $2 \times 23 \times 114 = 5244$
循環節の長さは5244桁

$$\frac{2}{31831} = \frac{a}{139} + \frac{b}{229} \quad \text{の } a \text{ と } b \text{ の 決め方}$$

$$a \equiv \frac{2}{229} \equiv \frac{2}{229-139} = \frac{2}{90} \pmod{139}$$

$$\frac{2}{90} \equiv \frac{2+2 \times 139}{90} = \frac{280}{90} = \frac{28}{9} \pmod{139}$$

$$\frac{28}{9} \equiv \frac{28+139 \times 2}{9} = \frac{306}{9} = \frac{34}{1} \pmod{139}$$

$$b \equiv \frac{2}{139} \equiv \frac{2}{139-229} = \frac{2}{-90} \pmod{229}$$

$$\frac{2}{-90} \equiv \frac{2+2 \times 229}{-90} = \frac{460}{-90} = \frac{46}{-9} \pmod{229}$$

$$\frac{46}{-9} \equiv \frac{46+2 \times 229}{-9} = \frac{504}{-9} = \frac{-56}{1} \pmod{229}$$

$$a = 34, \quad b = -56$$

「近世数学史談」高木貞治著 共立全書 183

P.46 を参考にしました。

分母が合成数の場合、素数を利用して部分分数に分解することで、循環小数を求める計算を効率的に行なえることがわかりました。

部分分数による計算例

$$0 \quad \frac{1}{91} = \frac{a}{7} + \frac{b}{13} \quad \frac{1}{91} = \frac{2}{13} - \frac{1}{7}$$

$$a \equiv \frac{1}{13} \pmod{7} \quad b \equiv \frac{1}{7} \pmod{13}$$

~~$$a \equiv \frac{1}{13} \equiv \frac{1}{13-14} \equiv \frac{1}{-1} \equiv \frac{-1}{1} \pmod{7}$$~~

$$b \equiv \frac{1}{7} \equiv \frac{1+13}{7} \equiv \frac{14}{7} \equiv \frac{2}{1} \pmod{13}$$

$$0 \quad \frac{1}{299} = \frac{a}{13} + \frac{b}{23} \quad \frac{1}{299} = \frac{4}{13} + \frac{7}{23}$$

$$a \equiv \frac{1}{23} \equiv \frac{1}{23-26} \equiv \frac{1}{-3} \equiv \frac{1-13}{-3} \equiv \frac{-12}{-3} = \frac{4}{1} \pmod{13}$$

$$b \equiv \frac{1}{13} \equiv \frac{1}{13-23} \equiv \frac{1}{-10} \equiv \frac{1+69}{-10} \equiv \frac{70}{-10} \equiv \frac{7}{-1} \equiv \frac{-7}{1} \pmod{23}$$

~~$$0 \quad \frac{1}{323} = \frac{a}{17} + \frac{b}{19} \quad \frac{1}{323} = \frac{9}{17} - \frac{10}{19}$$~~

$$a \equiv \frac{1}{19} \equiv \frac{1}{19-17} \equiv \frac{1}{2} \equiv \frac{1+17}{2} \equiv \frac{18}{2} \equiv \frac{9}{1} \pmod{17}$$

$$b \equiv \frac{1}{17} \equiv \frac{1}{17-19} \equiv \frac{1}{-2} \equiv \frac{1+19}{-2} \equiv \frac{20}{-2} \equiv \frac{-10}{1} \pmod{19}$$

林 邦英