

武田 利一様

おいきがしい日々をすごされていると思います。お体に気を付けて下さい。

オイラーの関数は正整数を素因数分解することから始めます。
山路主任さんの循環節の長さを決定する方法も素数に分解することから始めます。理由を考えてみました。

$$\frac{1}{91} = \frac{2}{13} - \frac{1}{7} \quad (91 = 7 \times 13)$$

と分解することができます。

$$\begin{array}{r} 0.153846153846 = \frac{2}{13} \\ - 0.142857142857 = \frac{1}{7} \\ \hline 0.010989010989 = \frac{1}{91} \end{array}$$

$\frac{1}{13}$, $\frac{1}{7}$ の周期が6なので $\frac{1}{91}$ の周期が6になることもわかります。

$$\varphi(91) = 91 \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{13}\right) = 91 \times \frac{6}{7} \times \frac{12}{13} = 6 \times 12 = 72$$

$$91 - 72 = 19 = 1 + 6 + 12$$

[A ÷ 91 の内分計]

$$A = 91 \rightarrow 1$$

$$A = 13, 26, 39, 52, 65, 78 \rightarrow \frac{1}{7} \sim \frac{6}{7} \dots$$

$$A = 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84 \rightarrow \frac{1}{13} \sim \frac{12}{13}$$

のりの72は $\frac{A}{91}$ 6桁の12のグループに分かれる。

(0, A) 型の Fibonacci 数列を考えます。

A=1	0	1	1	2	3	5	8	13	
A=2	0	2	2	4	6	10	16	26	$\left. \begin{array}{l} \swarrow \times 2 \\ \nwarrow \times 3 \end{array} \right\}$
A=3	0	3	3	6	9	15	24	39	

A を変化せると 数列全体が A 倍になることがわかります。

この数列と [mod 計算] を組み合わせます。

A=2 mod=3 の場合 P=8

<u>0</u>	2	2	1	0	1	1	2	0	2	2	1
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A=2 mod=6 の場合 P=8

<u>0</u>	2	2	4	0	4	4	2	0	2	2	4
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A=3 mod=6 の場合 P=3

<u>0</u>	3	3	0	3	3	0
----------	---	---	---	---	---	---

~~A=3 mod=4 の場合 P=6~~

<u>0</u>	3	3	2	1	3	0	3	3	2
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

{ (0, A) mod=6 P=36=6² の内分計 }

A=0 P=1 A=2, 4 P=8 A=3 P=3

A=1 P=24
 A=5 P=24

1 + 8 + 3 + 24 = 36

近世数学史談 高木貞治著 [3版] 共立出版

8. 数字計算とガウス より引用します。(P.45)

計算家ガウスに於て著しい特徴は彼が数学的の計算に整数論を応用する点である。(略) 例えば $\frac{1}{71}$ を小数に化すれば循環節は 35 個の数字から成立って、ガウスに由れば次のようになる。

$$\frac{1}{71} = 0.01408450704225352112676056338028169014\cdots$$

一見すれば退屈なる数字の行列であるが、実際割り算をして見るならば、第 7 位に至るまで剰余 5 を得るが第 1 位の剰余は 10 だから、商の第 2 位から先の 14084... を 2 分して行けば、第 8 位から先の 07042... が自動的に出る。(略)

計算で面倒なのは大きな除数での割り算であるが、ガウスは上記のような(素数及び素数^{ベキ}の)逆数の表を持つことから、部分分数への分解に由って割り算を掛け算とすることが出来る。商が幾桁でも容易に由ることを得たのである。

$$\frac{2}{31831} = \frac{34}{139} - \frac{56}{229} \quad (P.46)$$

山路主任さんの 截約術 とは異なる視点に関心をもちました。

林邦英