

武田 利一様

おいそがしい日々をすごされていると思います。変わりやすい天気が続いて  
います。お体に気をつけて下さい。

循環小数と剰余数列をテーマとする冊子を作りました。

レポート 2022.3.12 「山路主任の循環小数の研究より」の続きです。  
冊子の使い方を説明します。

一番外側 17-18 の部分はテーマの紹介です。

17 について

始まりは ①  $1 \div 81$  です。  $1 \div 81 = 0.0123456790123456$

9-0-1-2-3-4-5-6-7 ときれいに数字が並びますが8はありません。

この現象をどのように説明するのがについて考えてみます。

$81 = 9 \times 9$  と分解して考えます。

$$1 \div 9 = 0. \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \textcircled{A}$$

$$= \textcircled{+} \begin{pmatrix} 0. & 1 & & & & & & & & \textcircled{a} & \textcircled{A} \text{ を分解する。} \\ 0. & 0 & 1 & & & & & & & \textcircled{b} & \\ 0. & 0 & 0 & 1 & & & & & & \textcircled{c} & \\ 0. & 0 & 0 & 0 & 1 & & & & & \textcircled{d} & \end{pmatrix}$$

$$\div 9 = \textcircled{+} \begin{pmatrix} 0. & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \textcircled{a'} \\ 0. & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \textcircled{b'} \\ 0. & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \textcircled{c'} \\ 0. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \textcircled{d'} \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{a'} \sim \textcircled{d'}$$
 の和  $0. \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots \quad \textcircled{B}$

⑧の続きを考えます。

⑧ 0.0 1 2 3 4 5 6 7 8 9  $(1 \ 0) \ (1 \ 2)$   
 $(1 \ 1) \ (1 \ 3)$

7より後はくり上がりで変化します。⑩ 9 0 1 2 3

$(1 \ 3) \ (1 \ 5) \ (1 \ 7) \ (1 \ 9) \ (2 \ 1) \ (2 \ 3)$   
 $(1 \ 4) \ (1 \ 6) \ (1 \ 8) \ (2 \ 0) \ (2 \ 2) \ (2 \ 9)$

⑨ 4 5 6 7 9 0 1 2 3 4 5

⑧ 0.0 1 2 3 4 5 6 7 ⑪ 9 0 1 2 3 ⑫ 4 5 6 7 9 0 1 2 3 4 5

循環節の長さは9桁で 0 1 2 3 4 5 6 7 9 をくり返すことがわかります。

$1 \div 9801 = 1 \div 99 \div 99$  の場合についても同様に説明できます。

循環節の長さ  $9801 = 99^2 = 9^2 \times 11^2$   $(9 \rightarrow 1) \ (9^2 \rightarrow 1 \times 9 = 9)$   
 $(11 \rightarrow 2) \ (11^2 \rightarrow 2 \times 11 = 22)$

9と22の最小公倍数は  $9 \times 22 = 198 = 2 \times 99$

$1 \div 99 = 0.0101010101$   
 $\div 99 = 0.0001020304$

$\downarrow$   
0102  $\rightarrow$  9899

くり上がりの部分を考えます。

9 5 9 6 9 7 9 8 9 9  $\begin{matrix} 100 & 102 \\ 101 & 103 \end{matrix}$   
9 5 9 6 9 7 9 9  $\uparrow$  0 0 0 1 0 2 0 3

69799  $\times 9801 = 684099999$   $10000 - 9999 = 1$

$1 \div 9801 = 0.000102 \dots 9799$   $\dots$  [98]はありません。  
 $(0102 \dots 979900)$   $\uparrow$   
 $9899 \rightarrow$  くり上がりで  $\rightarrow 9900$  に変化した。

② は ① の変形です。

③ と ⑤ の発展は 4乗数, 5乗数の数列作りです。

④ フィボナッチ数列作りです。

18 について

2022.6.9 に説明を書きました。補足します。

表紙の問題を作ったのは2003年です。

前より1枚目(A・I)を作ったのは2005.10です。

後より1枚目(H・ホ)を作ったのは2018.5です。

---

循環小数と剰余数列の周期に共通点のあることは以前からわかって  
 いました。2022年に行ったことは共通点の原因が何であるのかにせまる  
 ころみだと思いました。レポート2022.4.16「 $1 \div 49$ の循環節」  
 の約分の考え方が剰余数列(O.A)型の分析に有効であることが  
 わかったことがこの春の成果だと考えています。

もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

林 邦英

[追記] 2005.10に作った(A・I)の1~8の流れは大切だと思  
 います。(2)で止まるのではなく、条件を強化させ(3・4)表を作り(5)分析し  
 仮説を立て実験を行い(6・7)共通する事例をしらべる(8)という流れ全体です。