2022.6.4

おいそがしい日々をすごされていると思います。暑くなりました。お体に気をつけて下さい。

循環小数と剰余数列の周期をテーマとする冊子を作りました。
「数列の規則性は？」のアイデアは平成15年のでんきの科学館の春休み特別イベント「楽しく学ぶ！ラ・ビレット展」の「超記憶シート」よりいただきました。
まず周期があることにおどろきました。次に周期が60であることにおどろきました。10＝2×5で mod＝2 のP（周期）が3，mod＝5 のPが20　3×20＝60 だからです。
mod が2から10までの表を作り観察しました。循環小数の周期の規則とよく似ていると思いました。そこで mod＝21 と mod＝16 の場合で確かめました。8-解説は2005年10月のものです。
（フィボ・トリボ）ナッチ式剰余数列の周期の表は2018年の5月に作りました。合成数の場合の周期の規則が気になりました。またトリボナッチ式の場合の素数の周期の表わし方が2乗と3乗になることも気になりました。
今回の冊子は平山諦さんによる山路主住さんの循環小数の研究の紹介から始めます。

(3) 素数冪の節位数の原理は $1 \div 49$ と $A \div 121$ のあまりを調べることでわかります。7と11の倍数の場合 $\div 7$ と $\div 11$ に変化してしまうからです。約分です。この約分の考え方は剰余数列を分析する上で有用でした。

$A \div 121$ は5つのグループに分かれます。$\left\{ \begin{matrix} 3 \div 121 \\ 8 \div 121 \end{matrix} \right\}$ は同じグループです

(1−10)(2−9)(3−8)(4−7)(5−6)

$22 \times 5 = 110$　　$121 - 110 = 11$

11 は [11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121] です。

(3) 素数冪の節位数の規則の例外は10進法では3つ知られています。3と487と56598313です。10進法以外も調べるとたくさんみつかります。私は3つのグループに分けています。

2008年の6月に 3進法と9進法の $N=11$ $N=11^2$ $l=5$ が気になり進法を変化させて確かめました。さっそく10進法の487の場合にも応用しました。10^n 進法の場合です。$3 \times 487 = 1461$ $3^2 \times 487^2 = 1461^2$ の場合は[例外2] $M^2+1 = B \cdot N^2$ の倍数体があることを確かめる手がかりになりました。(3) 素数冪の節位数の規則は有用なので例外についてもしっかりと調べておく必要があると考えています。

2005年の10月に　17進法で　$17^2-1=2\times12^2$

	循環節の長さ（桁）	
$1\div12$	2	
$1\div12^2$	2	$\times1$
$1\div12^3$	12	$\times6$ ←例外
$1\div12^4$	144	$\times12$
$1\div12^5$	1728	$\times12$

例外のあることに気がつきました。

これを発展させ［例外2］$M^2-1=B\cdot N^2$ には約数体がある。

としました。$M=26$（26進法）$1\div15^3$ を計算することで確かめました。比較するために $\sqrt{13}$ の近似分数の $\frac{649}{180}$ を使いました。

$\sqrt{3}\fallingdotseq\frac{26}{15}=1.733\cdots$　$\sqrt{13}\fallingdotseq\frac{649}{180}=3.6055\cdots$　$\sqrt{2}\fallingdotseq\frac{17}{12}=1.4166\cdots$

［例外3］　$M=18$　$N=7$.　$l=3$　は　$\sqrt[3]{17}\fallingdotseq\frac{18}{7}$

$18^3-1=17\times7^3\rightarrow7^3$ まで $l=3$ になる。　$ans^3=17.0029$

M=18

$7\,)\,1$	$49\,)\,1$	$343\,)\,1$
0.2⑩5	0.06⑪	0.00⑰
1	1	1
−0	−0	−0
1	1	1
×18　18	×18　18	×18　18
−14	−0	−0
4	18	18
×18　72	×18　324	×18　324
−70	−294	−0
2	30	324
×18　36	×18　540	×18　5832
−35	−539	−5831
1	1	1

フィボナッチ式，トリボナッチ式の剰余数列を分割して加え，少し
手を加えました。1÷49の7分割和で1÷7の循環節を復元した
ように剰余数列でも確かめることができないかをためしました。
できることがわかりましたが計算方法は2つしかまだわかりません。
フィボナッチ式剰余数列(0.1)のmodが2の冪乗を調べました。
①3分割和は前にもやりました。②出現する数字の個数は今回が
始めてです。パターンがあることがわかりました。視点を変えて
③.④を調べました。
約分の考え方を使うとフィボナッチ式剰余数列の分析方法が
変わります。2020.5.15以降の部分です。

(0.2) mod=4 (P=3)		(0.1) mod=2 (P=3)
0 2 2, 0 2 2	$\xrightarrow{(\div 2)}$	0 1 1, 0 1 1

(0.A)としてAを変化させました。
(0.1)のPが基準となる一番長い周期になります。
(0 A)から始まらない数列もあるので要注意です。
トリボナッチ式剰余数列の分析にフィボナッチ式剰余数列の
分析の経験が役に立ちました。

林 和英