

武田利一様

フィボナッチ式剰余数列の周期を考える上では約分の考え方が役に立つことがわかりました。modが2の冪乗の場合を使って考えます。

$$\text{mod} = 2 \quad P = 3 = 2^2 - 1$$

計算の中に現われる数字の組み合わせを考えます。

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の4通りを考えることができませんが00は次も0になるのではぶきます。

0 1 1 0 1 1 0

0 1 1 1 1 0 との3つの3つはすべて現われています。

$$\text{mod} = 4 \quad P = 6 = 3 \times 2$$

すべての組み合わせは $4 \times 4 = 16$ になります。

0 1 1 2 3 1 0 1 1 2 3 1 0

0 1, 1 1, 1 2, 2 3, 3 1, 1 0

0 0	<u>1 0</u>	2 0	<u>3 0</u>
<u>0 1</u>	<u>1 1</u>	<u>2 1</u>	<u>3 1</u>
0 2	<u>1 2</u>	<u>2 2</u>	<u>3 2</u>
<u>0 3</u>	<u>1 3</u>	<u>2 3</u>	<u>3 3</u>

03から始めます。別の数列が現れます。P=6です。

0 3 3 2 1 3 0 3 3 2 1 3 0

0 3 3 3 3 2 2 1 1 3 3 0

2022.5.15

残りには 00 02 20 22 及び 00 をのぞく

と 02, 20, 22 の 3つが残ります。

0, 2 から始まる数列を考えます。

$$(0, 2) \pmod{4} \quad P = 3$$

$$\underline{0 \ 2 \ 2}, \underline{0 \ 2 \ 2}, 0 \quad (02, 22, 20)$$

$(0, 2) \pmod{4}$ の両方を 2 で割ると

約分

$(0, 1) \pmod{2} \quad P = 3$ になります。

$$\underline{0 \ 1 \ 1}, \underline{0 \ 1 \ 1}, 0$$

$\pmod{8}$ の場合を考えます。

$$8 \times 8 = 64$$

	P
00	1
01	12
02 $\div 2$	6
03	12
04 $\div 4$	3
05	12
06 $\div 2$	6
07	12

合計 64

$$(0, 1) \pmod{8} \quad P = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$(0, 1) \pmod{4} \quad P = 3 \times 2 = 6$$

$$(0, 1) \pmod{2} \quad P = 3$$

$$\pmod{16} \text{ の時は } P = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

	P	
00	1	
01	24	
02	12	
03	24	
04	6	
05	24	
06	12	
07	24	
08	3	1 x 1
09	24	3 x 1
10	12	6 x 2
11	24	12 x 2
12	6	24 x 2
13	24	
14	12	
15	24	

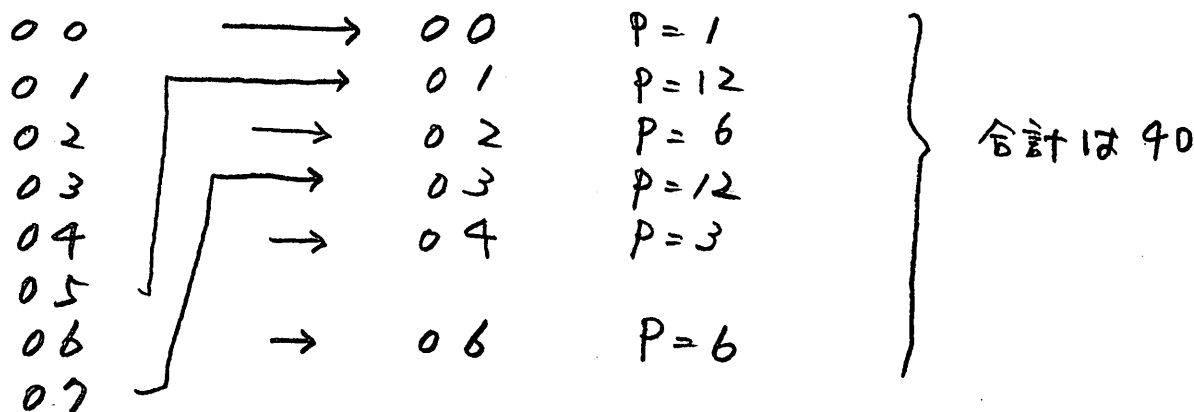
$$P \text{ の合計は } 192 + 48 + 12 + 3 + 1 = 256 = 16^2$$

武田利一様

レポート 2022. 5. 15 の $mod=8$, $mod=16$ の場合を
訂正します。

$mod=8$

$8 \times 8 = 64$



011235 055231 2 01 と 05 がある。

033617 077653 2 03 と 07 がある。

$64 - 40 = 24$ 24が不足します。

134732574372	$P=12$	$12 \times 2 = 24$
145167541563	$P=12$	

という数列がありました。 Pisano period - Fibonacci integer
WIKIPEDIA sequences mod $m=8$
を使いました。
ありがとうございます。

[00] ~ [07] 以外から始まる数列もありました。

$8 \times 8 = 64$ の表を作って確認する作業は必要
だと思いました。

0 から始まる数列の場合に限った実験とすべきでした。

もうしわけありません。

林 邦英

mod = 16 の場合

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $P = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$

- ②④ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 9 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 1 2 3 5 8 13 5 2 7 9
9 2 11 13 8 5 13 2 15 1
- ⑫ $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 2 4 6 10 0 10 10 4 14 2
- ②④ $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 11 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ 3 6 9 15 8 7 15 6 5 11
11 6 1 7 8 15 7 6 13 3
- ⑥ $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ 4 8 12 4 0 4
- ②④ $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 13 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ 5 10 15 9 8 1 9 10 3 13
13 10 7 1 8 9 1 10 11 5
- ⑫ $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ 6 12 2 14 0 14 14 12 10 6
- ②④ $\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 0 & 15 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ 7 14 5 3 8 11 3 14 1 15
15 14 13 11 8 19 11 14 9 7
- ③ $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ 8 0 8
0 9 \rightarrow 0 1
0 10 \rightarrow 0 2
0 11 \rightarrow 0 3
- ⑥ $\begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 0 & 13 \\ 0 & 14 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$ 12 8 9 12 0 12
0 13 \rightarrow 0 5
0 14 \rightarrow 0 6
0 15 \rightarrow 0 7

- $\{0,0\} \rightarrow 1$
- $\{0,1\} \{0,9\} \rightarrow 24$
- $\{0,2\} \{0,10\} \rightarrow 12 \leftarrow \div 2$
- $\{0,3\} \{0,11\} \rightarrow 24$
- $\{0,4\} \rightarrow 6 \leftarrow \div 4$
- $\{0,5\} \{0,13\} \rightarrow 24$
- $\{0,6\} \{0,14\} \rightarrow 12 \leftarrow \div 2$
- $\{0,7\} \{0,15\} \rightarrow 24$

- $\{0,8\} \rightarrow 3 \leftarrow \div 8$
- $\{0,12\} \rightarrow 6 \leftarrow \div 4$

$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 9 & 11 \end{matrix}$	7	7	11	2	13	15	12	11	7	2	(24)
$\begin{matrix} 1 & 3 \\ 9 & 4 \end{matrix}$	5	9	14	7	5	12	1	13	14	11	(24)
$\begin{matrix} 1 & 4 \\ 9 & 13 \end{matrix}$	13	1	14	15	13	12	9	5	14	3	(24)
$\begin{matrix} 1 & 4 \\ 9 & 13 \end{matrix}$	6	11	1	12	13	9	6	15	5	4	(24)
$\begin{matrix} 1 & 5 \\ 9 & 13 \end{matrix}$	6	3	9	12	5	1	6	7	13	4	(24)
$\begin{matrix} 1 & 5 \\ 9 & 3 \end{matrix}$	12	7	3	10	13	7	4	11	15	10	(24)
$\begin{matrix} 1 & 11 \\ 9 & 3 \end{matrix}$	12	15	11	10	5	15	4	3	7	10	(24)
$\begin{matrix} 2 & 6 \\ 2 & 6 \end{matrix}$	8	14	6	4	10	14	8	6	14	4	(12)
$\begin{matrix} 2 & 8 \\ 2 & 8 \end{matrix}$	10	2	12	14	10	8	2	10	12	6	(12)

0 から始まる $24 \times 4 + 12 \times 2 + 6 \times 2 + 3 + 1 = 136$

1 から始まる $24 \times 4 = 96$

2 から始まる $12 \times 2 = 24$

$136 + 96 + 24 = 256 = 16 \times 16$

00	10	20	30	40	50	60	70
01	11	21	31	41	51	61	71
02	12	22	32	42	52	62	72
03	13	23	33	43	53	63	73
04	14	24	34	44	54	64	74
05	15	25	35	45	55	65	75
06	16	26	36	46	56	66	76
07	17	27	37	47	57	67	77
08	18	28	38	48	58	68	78
09	19	29	39	49	59	69	79
010	110	210	310	410	510	610	710
011	111	211	311	411	511	611	711
012	112	212	312	412	512	612	712
013	113	213	313	413	513	613	713
014	114	214	314	414	514	614	714
015	115	215	315	415	515	615	715

80	90	100	110	120	130	140	150
81	91	101	111	121	131	141	151
82	92	102	112	122	132	142	152
83	93	103	113	123	133	143	153
84	94	104	114	124	134	144	154
85	95	105	115	125	135	145	155
86	96	106	116	126	136	146	156
87	97	107	117	127	137	147	157
88	98	108	118	128	138	148	158
89	99	109	119	129	139	149	159
810	910	1010	1110	1210	1310	1410	1510
811	911	1011	1111	1211	1311	1411	1511
812	912	1012	1112	1212	1312	1412	1512
813	913	1013	1113	1213	1313	1413	1513
814	914	1014	1114	1214	1314	1414	1514
815	915	1015	1115	1215	1315	1415	1515

1
2022.5.23

武田利一様

mod が 2^n と 3^n の場合の フィボナッチ式剰余数列の
周期の表を作りました。 mod が偶数と奇数で、このように
ちがうことがわかりました。

偶数の場合には $P=3$ があります。

例として $\text{mod} = 32$ ($0, 16$) $P = 3$

0, 16, 16, 0, 16

$$32 \div 2 = 16$$

奇数の場合は

例として $\text{mod} = 3$ ($0, 1$) $P = 8$

0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1

$0, 1$ と $0, 2$ が必ず含まれています。

($0, 1$) から始まる数列は ($0, A$) として A を変化さ
せた場合の基準となる最も長い周期になることがわかり
ました。

林 邦英

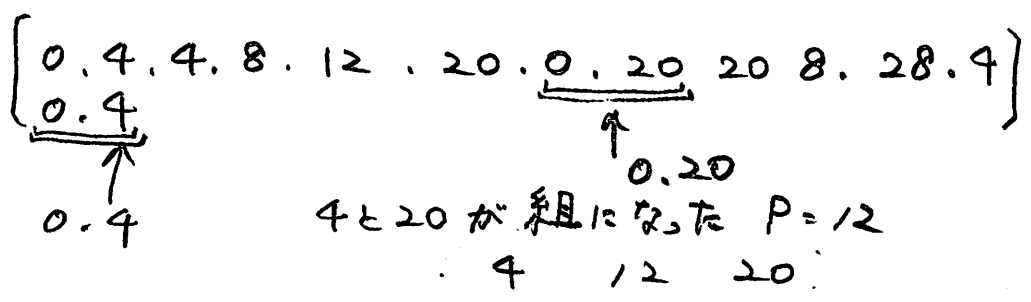
2022.5.23

フィボナッチ式剰余数列 modは2の冪乗

(0, A) Aを変化させた時のP(周期)

A	P	P	A	A	P	P	A	A	P	P	A
2	0 - 1	3 - 1		32	0 - 1	3 - 16		64	0 - 1	3 - 32	
					1	48	17		1	96	33
4	0 - 1	3 - 2			2	24	18		2	48	34
	1 - 6	6 - 3			3	48	19		3	96	35
					4	12	20		4	24	36
					5	48	21		5	96	37
8	0 - 1	3 - 4			6	24	22		6	48	38
	1	12	5		7	48	23		7	96	39
	2 - 6	6 - 6			8 - 6	6 - 24			8	12	40
	3	12	7		9	48	25		9	96	41
					10	24	26		10	48	42
					11	48	27		11	96	43
16	0 - 1	3 - 8			12	12	28		12	24	44
	1	24	9		13	48	29		13	96	45
	2	12	10		14	24	30		14	48	46
	3	24	11		15	48	31		15	96	47
	4 - 6	6 - 12							16 - 6	6 - 48	
	5	24	13						17	96	49
	6	12	14						18	48	50
	7	24	15						19	96	51
									20	24	52
									21	96	53
									22	48	54
									23	96	55
									24	12	56
									25	96	57
									26	48	58
									27	96	59
									28	24	60
									29	96	61
									30	48	62
									31	96	63

表の見方 (mod=32 (0,4) P=12の例)



33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63

フィボナッチ式剰余数列 mod は 3 の冪数

(0, A) A を変化した時の P (周期 A)

A	P	A	A	P	A	A	P	A
3			81					
0			0	1		30	72	51
1	8	2	1	216	80	31	216	50
			2	216	79	32	216	49
9			3	72	78	33	72	48
0	1		4	216	77	34	216	47
1	24	8	5	216	76	35	216	46
2	24	7	6	72	75	36	24	45
3	8	6	7	216	74	37	216	44
4	24	5	8	216	73	38	216	43
			9	24	72	39	72	42
27			10	216	71	40	216	41
0	1		11	216	70			
1	72	26	12	72	69			
2	72	25	13	216	68			
3	24	24	14	216	67			
4	72	23	15	72	66			
5	72	22	16	216	65			
6	24	21	17	216	64			
7	72	20	18	24	63			
8	72	19	19	216	62			
9	8	18	20	216	61			
10	72	17	21	72	60			
11	72	16	22	216	59			
12	24	15	23	216	58			
13	72	14	24	72	57			
			25	216	56			
			26	216	55			
			27	8	54			
			28	216	53			
			29	216	52			

武田 利一様

フィボナッチ式剰余数列の mod と始まりの (0, A) の関係を探りました。mod が合成数の場合の例として、 $6 = 2 \times 3$ と $9 = 3 \times 3$ をまず調べました。

mod を 48 にすると 48 には約数が多いので説明をお子の方にどうがよいことがわかりました。mod = 48 を例にします。

mod = 48 は $P = 24$ で mod = 6, mod = 12, mod = 24 の場合と同じになります。

- (0, 24) $48 \div 24 = 2$
0, 24, 24, 0, 24 $P = 3 \leftarrow \text{mod} = 2$
- (0, 12) $48 \div 12 = 4$
0, 12, 12, 24, 36, 12, 0, 12 $P = 6 \leftarrow \text{mod} = 4$
- (0, 16) $48 \div 16 = 3$
0, 16, 16, 32, 0, 32, 32, 16, 0, 16 $P = 8 \leftarrow \text{mod} = 3$
- (0, 6) $48 \div 6 = 8$
0, 6, 6, 12, 18, 30, 0, 30, 30, 12, 42, 6, 0, 6 $P = 12 \leftarrow \text{mod} = 8$
- (0, 8) $48 \div 8 = 6$
0, 8, 8, 16, 24, 40, 16, 8, 24, 32, 8, 40, 0, 8, 8 $P = 24 \leftarrow \text{mod} = 6$
- (0, 4) $48 \div 4 = 12$
0, 4, 4, 8, 12, 20, 32, 4, 36, 40, 28, 20, 0, 4, 4 $P = 24 \leftarrow \text{mod} = 12$
- (0, 2) $48 \div 2 = 24$
0, 2, 2, 4, 6, 10, 16, 26, 42, 20, 14, 34, 0, 2, 2 $P = 24 \leftarrow \text{mod} = 24$

林 邦英

2022.5.26

mod=91 (0.1) P=112

112 = 7 x 16 の表
(0の下は13の倍数)

0	1	1	2	3	5	8
13	21	34	55	89	53	51
13	64	77	50	36	86	31
26	57	83	49	41	90	40
39	79	27	15	42	57	8
65	73	47	29	76	14	90
13	12	25	37	62	8	70
78	57	44	10	54	64	27
0	27	27	54	81	44	34
78	21	8	29	37	66	12
78	90	77	76	62	47	18
65	83	57	49	15	64	79
52	40	1	41	42	83	34
26	60	86	55	50	14	64
78	51	38	89	36	34	70
13	83	5	88	2	90	1

112 = 8 x 14 の表
(0の下は7の倍数)

0	1	1	2	3	5	8	13
21	34	55	89	53	51	13	64
77	50	36	86	31	26	57	83
49	41	90	40	39	79	27	15
42	57	8	65	73	47	29	76
14	90	13	12	25	37	62	8
70	78	57	44	10	54	64	27
0	27	27	54	81	44	34	78
21	8	29	37	66	12	78	90
77	76	62	47	18	65	83	57
49	15	64	79	52	40	1	41
42	83	34	26	60	86	55	50
14	64	78	51	38	89	36	34
70	13	83	5	88	2	90	1

(0 1)

(0 1)

たての数字の合計を91で割った数

7 9 7 8 8 9 7 6 7 7 7 7 7 7 7

(合計は55) (合計は55)

2分割すると 和は7の倍数 差は13の倍数

0	1	1	2	3	5	8	13	21	34
0	27	27	54	81	44	34	78	21	8

$$\begin{cases} 1+27=28=7 \times 4 \\ 27-1=26=13 \times 2 \\ 2+54=56=7 \times 8 \\ 54-2=52=13 \times 4 \\ 3+81=84=7 \times 12 \\ 81-3=78=13 \times 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5+44=49=7 \times 7 \\ 44-5=39=13 \times 3 \\ 8+34=42=7 \times 6 \\ 34-8=26=13 \times 2 \\ 13+78=91=7 \times 13 \\ 78-13=65=13 \times 5 \end{cases}$$

2022.5.26

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 7) \quad P = 28$$

0	7	7	14	21	35	56	$7 \times 4 = 28$
0	56	56	21	77	7	84	
0	84	84	77	70	56	35	出現する数字は
0	35	35	70	14	84	7	7の倍数
(0	7)						

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 14)$$

0	14	14	28	42	70	21
0	21	21	42	63	14	77
0	77	77	63	49	21	70
0	70	70	49	28	77	14
(0	14)					

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 28)$$

0	28	28	56	84	49	42
0	42	42	84	35	28	63
0	63	63	35	7	42	49
0	49	49	7	56	63	28
(0	28)					

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 13) \quad P = 16$$

0	13	13	26	39	65	13	78	$8 \times 2 = 16$
0	78	78	65	52	26	78	13	出現する数字は
								13の倍数

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 26)$$

0	26	26	52	78	39	26	65
0	65	65	39	13	52	65	26

$$\text{mod} = 91 \quad (0, 39)$$

0	39	39	78	26	13	39	52
0	52	52	13	65	78	52	39

[わかった = と]

$$(0, A) \quad A \text{ は } 7 \text{ の倍数} \rightarrow P = 28 \quad (\text{mod} = 13 (0, 1) \quad P = 28)$$

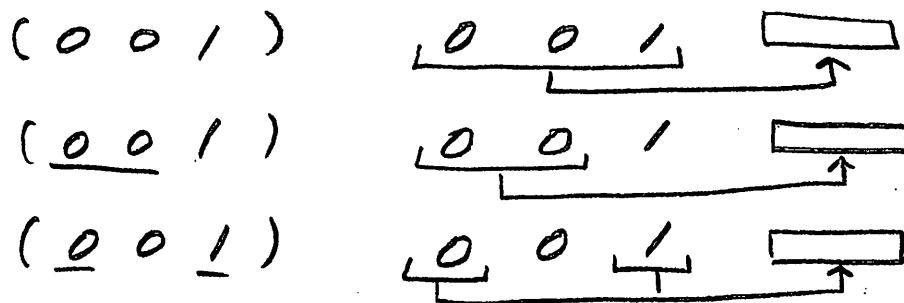
$$A \text{ は } 13 \text{ の倍数} \rightarrow P = 16 \quad (\text{mod} = 7 (0, 1) \quad P = 16)$$

2022.5.29

武田利一様

暑くなりました。お体に気をつけて下さい。

レポート(2018.6.2「九九の表」) P.11~P.20が対応します。トリボナチ式剰余数列の周期を4年前に赤と緑と色を分けて表示しました。この現象について、どのようなちがいののかを、あかっている範囲で説明しました。



上のように数字の取り方を変化させても同じ数字が出てくることは3つの数字の場合の総数が mod の数の3乗であることによることがわかりました。

mod	(0 0 1)	(0 0 1)	(0 0 1)
2	4	7	7
3	13	13	8
5	31	24	31
7	48	48	57

4 は例外

○ は緑 $8 = 3^2 - 1$ $24 = 5^2 - 1$ $48 = 7^2 - 1$

基本型

$$13 = (3^3 - 1) \div 2 \quad 31 = (5^3 - 1) \div 4$$

$$57 = (7^3 - 1) \div 6 \quad 7 = 2^3 - 1$$

林邦英

トリボナッチ式剰余数列の観察

(00A) に限定した実験

$$\textcircled{a} (001) \bmod 8 \quad P=16 \quad 8=2^3 \quad 4 \times 2 \times 2 = 16$$

$$(004) \bmod 8 \quad P=4$$

$$\begin{array}{r} \underline{0044 \quad 0044} \\ (\div 4) \end{array}$$

$$0011$$

$$\leftarrow (001) \bmod 2 \quad P=4$$

$$(002) \bmod 8 \quad P=8$$

$$\begin{array}{r} \underline{00224062, 002} \\ (\div 2) \end{array}$$

$$00112031$$

$$\leftarrow (001) \bmod 4 \quad P=8$$

$$\textcircled{b} (001) \bmod 9 \quad P=39 \quad 9=3^2 \quad 13 \times 3 = 39$$

$$(003) \bmod 9 \quad P=13$$

$$\begin{array}{r} \underline{0033633306063, 003} \\ (\div 3) \end{array}$$

$$0011211102021 \leftarrow (001) \bmod 3 \quad P=13$$

$$\textcircled{c} (001) \bmod 6 \quad P=52 \quad 6=2 \times 3 \quad 4 \times 13 = 52$$

$$(003) \bmod 6 \quad P=4$$

$$\underline{0033, 003}$$

$$\xrightarrow{(\div 3)} 0011 \leftarrow (001) \bmod 2 \quad P=4$$

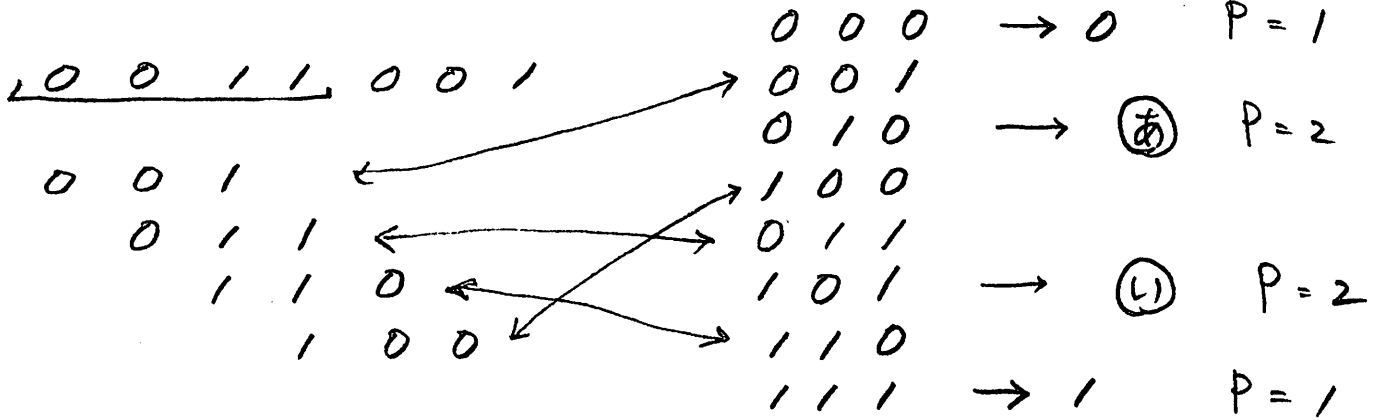
$$(002) \bmod 6 \quad P=13$$

$$\begin{array}{r} \underline{0022422204042, 002} \\ (\div 2) \end{array}$$

$$0011211102021 \leftarrow (001) \bmod 3 \quad P=13$$

mod = 2 について

(001) mod = 2 P = 4



(010) mod = 2 P = 2 ← あ

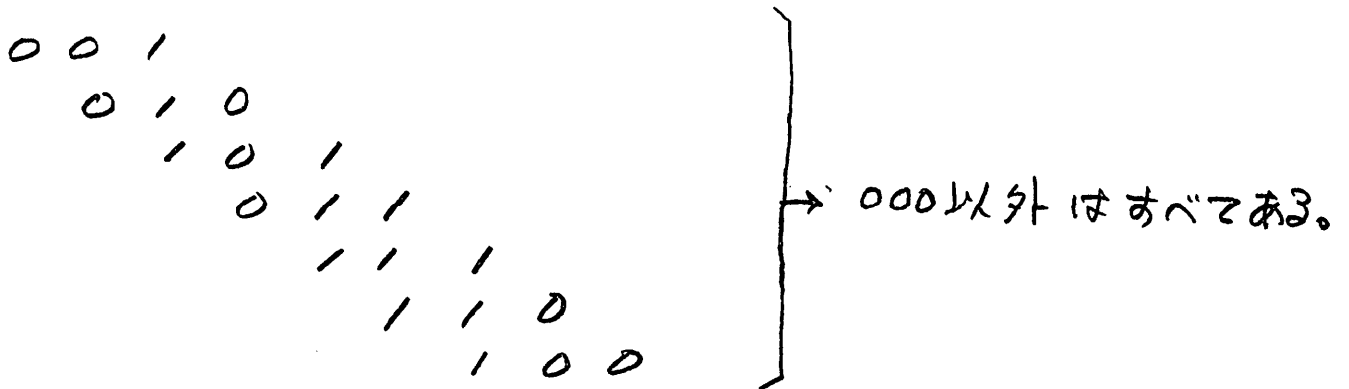
010 1 0 1 0 1

(101) mod = 2 P = 2 ← い

101 0 1 0 1 0

(0.0.1) mod = 2 P = 7 下線部の数値を使う

0010111 00101



mod = 3 1 > 2 4 7

(0 0 1)

- 0 0 1
- 0 1 1
- 1 1 2
- 1 2 1
- 2 1 1
- 1 1 1
- 1 1 0
- 1 0 2
- 0 2 0
- 2 0 2
- 0 2 1
- 2 1 0
- 1 0 0

P = 13

(0 0 1)

- 0 0 1
- 0 1 0
- 1 0 1
- 0 1 1
- 1 1 1
- 1 1 2
- 1 2 2
- 2 2 0
- 2 0 1
- 0 1 2
- 1 2 1
- 2 1 0
- 1 0 0

P = 13

(0 0 1)

- 0 0 1
- 0 1 1
- 1 1 2
- 1 2 0
- 2 0 1
- 0 1 0
- 1 0 0

P = 8

- ① 0 0 1
- 0 1 0
- ③ 1 0 0
- ② 0 1 1
- 1 0 1
- 1 1 0
- ⑥ 0 0 2
- 0 2 0
- 2 0 0

- ③ 1 1 1
- 0 1 2
- 0 2 1
- ⑦ 1 0 2
- 1 2 0
- 2 0 1
- 2 1 0

- ⑤ 1 2 2
- 2 1 2
- ③ 2 2 1

- ④ 0 2 2
- 2 0 2
- 2 2 0
- 1 1 2
- 1 2 1
- 2 1 1

- ⑥ 2 2 2
- ① 0 0 0

$$\begin{matrix}
 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 1 + 1 = 27 = 3^3 \\
 \text{①} \quad \text{②} \quad \text{③} \quad \text{④} \quad \text{⑤} \quad \text{⑥} \quad \text{⑦}
 \end{matrix}$$

2022. 5. 29

$\text{mod} = 3$ には $P = 13$ と $P = 8$ があります。

$$(002) \text{ mod} = 13 \quad P = 13$$

10022122201012, 002

$P = 13$ の場合 $(27 - 1) \div 2 = 13$ と考えることが出来ます。

2つのパターンは (001) と (002) です。

$$(001) \text{ mod} = 3 \quad P = 8 \text{ について}$$

$$(001) \text{ mod} = 3 \quad P = 8$$

100111201001

$$(002) \text{ mod} = 3 \quad P = 8$$

100222102002

$$(012) \text{ mod} = 3 \quad P = 8$$

101220211, 012

こゝまで使われていない3組の数字は $000, 121, 212$ です。

$$(121) \text{ mod} = 3 \quad P = 2 \quad (212) \text{ mod} = 3 \quad P = 2$$

121 1212

212 2121

$$(000) \text{ mod} = 3 \quad P = 1$$

0000

$$8 \times 2 + 8 \times 1 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 27 = 3^3$$

2022.5.28

mod = 5 に ついて

(0 0 1)

0	0	1
0	1	1
1	1	2
1	2	4
2	4	2
4	2	3
2	3	4
3	4	4
4	4	1
4	1	4
1	4	4
4	4	4
4	4	2
4	2	0
2	0	1
0	1	3
1	3	4
3	4	3
4	3	0
3	0	2
0	2	0
2	0	2
0	2	4
2	4	1
4	1	2
1	2	2
2	2	0
2	0	4
0	4	1
4	1	0
1	0	0

P = 31

(0 0 1)

0	0	1
0	1	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1
1	1	2
1	2	2
2	2	3
2	3	4
3	4	0
4	0	2
0	2	4
2	4	2
4	2	1
2	1	1
1	1	3
1	3	2
3	2	4
2	4	0
4	0	1
0	1	4
1	4	1
1	0	0

P = 24

(0 0 1)

0	0	1
0	1	1
1	1	1
1	1	2
1	2	3
2	3	4
3	4	1
4	1	4
4	1	4
4	3	4
3	4	3
4	3	1
3	1	0
1	0	3
0	3	4
3	4	4
4	4	2
4	2	1
2	1	0
1	0	2
0	2	3
2	3	3
3	3	0
3	0	3
0	3	1
3	1	1
1	1	4
1	4	0
4	0	1
0	1	0
1	0	0

P = 31

$$(00A) \bmod 5 \quad P = 31 \Rightarrow 2$$

$$(001) \bmod 5 \quad P = 31$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 4 & 2 & 3 & 4 & 4 & 1 & 4 & 4 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 3 & 0 & 2 & 0 & 2 & 4 & 1 & 2 & 2 & 0 & 4 & 1 & (001) \end{array}$$

$$(002) \bmod 5 \quad P = 31$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 2 & 2 & 4 & 3 & 4 & 1 & 3 & 3 & 2 & 3 & 3 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 4 & 0 & 4 & 3 & 2 & 4 & 4 & 0 & 3 & 2 & (002) \end{array}$$

$$(003) \bmod 5 \quad P = 31$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 3 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 0 & 2 & 3 & (003) \end{array}$$

$$(004) \bmod 5 \quad P = 31$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 1 & 3 & 2 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 0 & 3 & 0 & 3 & 1 & 4 & 3 & 3 & 0 & 1 & 4 & (004) \end{array}$$

$$(000) \bmod 5 \quad P = 1$$

$$\underline{0}0000$$

$$5^3 = 125 = 31 \times 4 + 1$$

$$(\underline{00}A) \pmod{5} \quad P=24 \text{ 10742}$$

$$(\underline{00}1) \pmod{5} \quad P=24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 4 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{array} \quad (001)$$

$$(\underline{00}2) \pmod{5} \quad P=24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 4 & 2 & 2 & 1 & 4 & 3 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{array} \quad (002)$$

$$(\underline{00}3) \pmod{5} \quad P=24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 3 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 & 3 \end{array} \quad (003)$$

$$(\underline{00}4) \pmod{5} \quad P=24$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 4 & 4 & 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 & 4 & 4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 4 & 1 & 4 \end{array} \quad (004)$$

$$(\underline{0}13) \pmod{5} \quad P=24$$

$$0 \ 1 \ 3 \ 1 \ 4 \ 4 \ 0 \ 3 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2$$

$$0 \ 4 \ 2 \ 4 \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3 \quad (013)$$

$$(\underline{1}24) \pmod{5} \quad P=4$$

$$\underline{1 \ 2 \ 4 \ 3}, \ 1 \ 2 \ 4 \ 3$$

$$(\underline{000}) \pmod{5} \quad P=1$$

$$\underline{0000}$$

$$24 \times 4 + 24 + 4 + 1 = 125$$

$\text{mod} = 7$ について

$$(001) \text{ mod} = 7 \quad P = 48$$

$$(\underline{001}) \text{ mod} = 7 \quad P = 48$$

$$(\underline{001}) \text{ mod} = 7 \quad P = 57 = (7^3 - 1) \div 6$$

$P = 57$ について

$$(\underline{00A}) \quad A \text{ が } 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad \text{は } P = 57$$

$$A \text{ が } 0 \quad \text{は } P = 1$$

$$57 \times 6 + 1 = 343 = 7^3$$

$P = 48$ について

$$(\underline{00A}) \quad A \text{ が } 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad \text{は } P = 48$$

$$(\underline{136}) \text{ mod} = 7 \quad P = 48$$

$$1 \ 3 \ 6 \ 4 \ 2 \ 3 \ 6 \ 5 \ 2 \ 4 \ 0 \ 6$$

$$4 \ 6 \ 3 \ 3 \ 2 \ 6 \ 5 \ 1 \ 4 \ 6 \ 5 \ 3$$

$$4 \ 1 \ 0 \ 5 \ 1 \ 5 \ 6 \ 6 \ 4 \ 5 \ 3 \ 2$$

$$1 \ 5 \ 3 \ 6 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 2 \ 3 \ 5 \ 5 \ (\underline{136})$$

$$343 - 48 \times 6 - 48 = 7$$

$$(\underline{000}) \text{ mod} = 7 \quad P = 1 \text{ を } \text{おぞく} \text{ と残り} \text{ は } 6 = 7 - 1$$