

武田 利一 様

2022.1.29

林 邦英

おいそがしい日々をすごされていると思います。お体に気をつけて下さい。

レポート2018.6.2「九九の表」を見直しています。まだ始めたばかりです。

もしよろしければ御意見をお知らせ下さい。

武田 利一様

2022.1.30

林 邦英

おいそがしい日々をすごされていると思います。寒い日が続きます。お体に気をつけて下さい。

レポート「九九の表」の見直しの続きを作りました。④～⑥です。

もしよろしければ御意見をお知らせください。

$1 \div 7$ と $1 \div 21$ と $1 \div 63$ のちがいを示しました。④右と⑤左の部分です。

かけ算の表の観察

かけ算の表

九九の表の観察

(1) 数字の現われる回数

(ア) 1回しか現われない数字は、どのような場合の時ですか。

(イ) 3回現われる数字は、どのような場合の時ですか。

(ウ) その他の場合はどうなっていますか。

(2) 表を90°ずつ回転させた時、同じ位置にある

4つの数字を和する。

$$1 + 9 + 81 + 9 =$$

$$2 + 8 + 72 + 18 =$$

$$4 + 16 + 64 + 16 =$$

問題 九九の表にある1から81までの

81個の数字の和を求めて下さい。

線対称と回転
見方を変えたら
性質が見えてきます。

十進法以外の進法を
調べてわかることは?

九九の表

| | | | | | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | (10) |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 |
| 7 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 |
| 8 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 |
| 9 | 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 |
| (10) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |

6進法のかげ算の表

| | | | | | | |
|------|----|----|----|----|----|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | (10) |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 |
| 2 | 2 | 4 | 10 | 12 | 14 | 20 |
| 3 | 3 | 10 | 13 | 20 | 23 | 30 |
| 4 | 4 | 12 | 20 | 24 | 32 | 40 |
| 5 | 5 | 14 | 23 | 32 | 41 | 50 |
| (10) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | |

【問題】 かけ算の表の一部です。何進法のどの部分ですか?

(例) 7進法

| | | |
|---|----|----|
| | 2 | 3 |
| 5 | 13 | 21 |
| 6 | 15 | 24 |

$$2 \times 5 = 10 = 1 \times 7 + 3 \quad (13)$$

$$3 \times 5 = 15 = 2 \times 7 + 1 \quad (21)$$

$$2 \times 6 = 12 = 1 \times 7 + 5 \quad (15)$$

$$3 \times 6 = 18 = 2 \times 7 + 4 \quad (24)$$

(1)

| | |
|----|----|
| 13 | 20 |
| 15 | 23 |

(3)

| | |
|----|----|
| 15 | 18 |
| 20 | 24 |

(2)

| | |
|----|----|
| 11 | 14 |
| 14 | 20 |

(4)

| | |
|----|----|
| 14 | 22 |
| 22 | 31 |

ヒント

(1) 1の位が同じになる時は?

(2) 右上と左下が同じになる時は?

(3) 素数がありません。

(4) (2)の条件に加え、右上、右下、左下の2つの数字を加えると同じになります。

10進法

$1 \div N$ (N は1から25)の表

$10 = 2 \times 5$
 $10 - 1 = 9 = 3 \times 3$

| | | | |
|----|--------------------------|------------------------|--------|
| 1 | 1 | | 0 + 0 |
| 2 | 0.5 | | 1 + 0 |
| 3 | 0.3 | | 0 + 1 |
| 4 | 0.25 | | 2 + 0 |
| 5 | 0.2 | | 1 + 0 |
| 6 | 0.16 | | 1 + 1 |
| 7 | 0.142857 | $142 + 857 = 999$ | 0 + 6 |
| 8 | 0.125 | $14 + 28 + 57 = 99$ | 3 + 0 |
| 9 | 0.1 | | 0 + 1 |
| 10 | 0.1 | | 1 + 0 |
| 11 | 0.09 | | 0 + 2 |
| 12 | 0.083 | $(13 - 1) \div 2 = 6$ | 2 + 1 |
| 13 | 0.076923 | $2 \div 13 = 0.153846$ | 0 + 6 |
| 14 | 0.0714285 | $14 = 2 \times 7$ | 1 + 6 |
| 15 | 0.06 | | 1 + 1 |
| 16 | 0.0625 | | 4 + 0 |
| 17 | 0.0588235294117647 | | 0 + 16 |
| 18 | 0.05 | | 1 + 1 |
| 19 | 0.052631578947368421 | | 0 + 18 |
| 20 | 0.05 | | 2 + 0 |
| 21 | 0.047619 | $047 + 619 = 666$ | 0 + 6 |
| 22 | 0.045 | $04 + 76 + 19 = 99$ | 1 + 2 |
| 23 | 0.0434782608695652173913 | | 0 + 22 |
| 24 | 0.0416 | | 3 + 1 |
| 25 | 0.04 | | 2 + 0 |

$1 \div N$ (N は1から25)の表の観察

10進法の性質

- ① $10 = 2 \times 5$ N の成分が2と5だけの時には割り切れる
- ② $10 + 1 = 11$ 11 の循環節は2桁になる。
- ③ $10 - 1 = 9 = 3 \times 3$ (P) 9 と9の循環節は1桁になる。
 (Q) N の成分に3を含むと変則形になる。

| ①について | $1/N$ | 固定部 + 循環部 |
|-------------------------|--------|-----------|
| $N = 2 = 2^1$ | 0.5 | 1 + 0 |
| $N = 4 = 2^2$ | 0.25 | 2 + 0 |
| $N = 8 = 2^3$ | 0.125 | 3 + 0 |
| $N = 16 = 2^4$ | 0.0625 | 4 + 0 |
| $N = 6 = 2 \times 3$ | 0.16 | 1 + 1 |
| $N = 12 = 2^2 \times 3$ | 0.083 | 2 + 1 |
| $N = 24 = 2^3 \times 3$ | 0.0416 | 3 + 1 |

③の①について

| | | |
|----------|----------|--|
| $N = 7$ | 0.142857 | $142 + 857 = 999$ $14 + 28 + 57 = 99$ |
| $N = 21$ | 0.047619 | $047 + 619 = 666$ $04 + 76 + 19 = 99$ |

1 ÷ N (Nは7の倍数・7の累乗)の表

1 ÷ N Nは7の倍数

1 ÷ 7 = 0.142857̇ 142 + 857 = 999

1 ÷ 14 = 0.0714285̇ 14 = 2 × 7

1 ÷ 21 = 0.047619̇ 047 + 619 = 666

1 ÷ 28 = 0.03571428̇ 28 = 2² × 7

1 ÷ 35 = 0.0285714̇ 42 = 2 × 3 × 7

1 ÷ 42 = 0.0238095̇ 238 + 095 = 333
 23 + 80 + 95 = 198
 198 → 99

$$\begin{array}{r} 19898 \\ + \quad 198 \\ \hline 199998 \end{array}$$

1 ÷ 49 =

1 ÷ 56 = 0.017857142̇ 56 = 2³ × 7

1 ÷ 63 = 0.015873̇ 015 + 873 = 888
 01 + 58 + 73 = 132 → 33

1 ÷ 70 = 0.0142857̇ 63 = 3² × 7

1 ÷ N Nは7の累乗

1 ÷ 7² = 49 = 0.020408163265306122448
 979591836734693877551 (42桁)

1 ÷ 7³ = 343 = (294桁)
 0.002915451895093731778425655976676384839650
 145772594752186588921282798833819291982507
 288629737609329446064139941690962099125364
 431486880466472303206

9970 84548 10495 62682 21
 57934 40233 23615 16037 98542 27405 24781 34110 78
 71720 11661 80758 01749 27113 70262 39067 05539 35
 86005 83090 37900 87463 55685 13119 53352 76967 93

A ÷ 41 (Aは1から40)の観察

1 ÷ 13 = 0.076923̇ 076 + 923 = 999

2 ÷ 13 = 0.153846̇ 153 + 846 = 999

3 ÷ 13 = 0.230769̇ (13-1) ÷ 2 = 6

4 ÷ 13 = 0.307692̇

5 ÷ 13 = 0.384615̇

1 ÷ 13の循環節は6桁になり数字のパターンは2種類ある。

1 ÷ 37 = 0.027̇ (37-1) ÷ 3 = 12

1 ÷ 41 = 0.02439̇ (41-1) ÷ 5 = 8

02439 1 10 16 18 27

04878 2 20 32 33 36

07317 3 7 13 29 30

09756 4 23 25 31 40

12195 5 8 9 21 39

14634 6 14 17 19 26

26829 11 12 28 34 38

36585 15 22 24 27 35

A ÷ 41 (Aは1から40)は8つのグループに分けることが出来る。

進法を変化させた時の $1 \div N$ の循環節の長さ (Nは素数)

| 進法 | N | 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 |
|----|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 2 | 0 | 2 | 4 | 3 | 10 | 12 | 8 | 18 | 11 | |
| 3 | 1 | 0 | 4 | 6 | 5 | 3 | 16 | 18 | 11 | |
| 4 | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 4 | 9 | 11 | |
| 5 | 1 | 2 | 0 | 6 | 5 | 4 | 16 | 9 | 22 | |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 2 | 10 | 12 | 16 | 9 | 11 | |
| 7 | 1 | 1 | 4 | 0 | 10 | 12 | 16 | 3 | 22 | |
| 8 | 0 | 2 | 4 | 1 | 10 | 4 | 8 | 6 | 11 | |
| 9 | 1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 3 | 8 | 9 | 11 | |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 6 | 2 | 6 | 16 | 18 | 22 | |
| 11 | 1 | 2 | 1 | 3 | 0 | 12 | 16 | 3 | 22 | |
| 12 | 0 | 0 | 4 | 6 | 1 | 2 | 16 | 6 | 11 | |
| 13 | 1 | 1 | 4 | 2 | 10 | 0 | 4 | 18 | 11 | |
| 14 | 0 | 2 | 2 | 0 | 5 | 1 | 16 | 18 | 22 | |
| 15 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 | 12 | 8 | 18 | 22 | |
| 16 | 0 | 1 | 1 | 3 | 5 | 3 | 2 | 9 | 11 | |
| 17 | 1 | 2 | 4 | 6 | 10 | 6 | 0 | 9 | 22 | |
| 18 | 0 | 0 | 4 | 3 | 10 | 4 | 1 | 2 | 11 | |
| 19 | 1 | 1 | 2 | 6 | 10 | 12 | 8 | 0 | 22 | |
| 20 | 0 | 2 | 0 | 2 | 5 | 12 | 16 | 1 | 22 | |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 4 | 4 | 18 | 22 | |
| 22 | 0 | 1 | 4 | 1 | 0 | 3 | 16 | 18 | 2 | |
| 23 | 1 | 2 | 4 | 3 | 1 | 6 | 16 | 9 | 0 | |
| 24 | 0 | 0 | 2 | 6 | 10 | 12 | 16 | 9 | 1 | |

進法を変化させて調べてみました。

- ① Nが5以上の場合 2-0-1 が周期的にあらわれます。
- ② Nが5と17の場合 2-0-1 以外の部分を おりたてると等しくなります。

N=17

| | | | | | | |
|----|-----|----|-----|-----|-----|----|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 8 | -16 | -4 | -16 | -16 | -16 | -8 |
| 8 | -16 | -4 | -16 | -16 | -16 | -8 |
| 15 | 19 | 13 | 13 | 11 | 10 | 9 |

- ③ Nが7と11と23の場合 2-0-1 以外の部分を おりたてると2つの数字の和が同じになります。比は1対2です。

N=23

| | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 11 | -11 | -11 | -22 | -11 | -22 | -11 | -11 | -22 | -22 |
| 22 | -22 | -22 | -11 | -22 | -11 | -22 | -22 | -11 | -11 |
| 21 | 20 | 19 | 12 | 19 | 16 | 15 | 19 | 13 | 12 |

- ④ Nが19の場合 2-0-1 以外の部分を おりたてると対になる2つの数字の比が1対2になります。

N=19

| | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 18 | -18 | -9 | -9 | -9 | -3 | -6 | -9 |
| 9 | -9 | -18 | -18 | -18 | -6 | -3 | -18 |
| 17 | 16 | 15 | 19 | 13 | 12 | 11 | 10 |

- ⑤ Nが29の場合 2-0-1 以外の部分を おりたてると

N=29

| | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 28 | -28 | -19 | -19 | -19 | -7 | -28 | -19 | -28 | -28 | -4 | -19 | -28 |
| 28 | -28 | -7 | -7 | -7 | -19 | -28 | -7 | -28 | -28 | -4 | -7 | -28 |
| 27 | 26 | 25 | 29 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 |

同じになる場合と 1対2の比になる場合が混ざっています。

$28 = 2^2 \times 7$ $4 = 2^2$ 2^2 の場合と同じになります。

$7 = 2^0 \times 7$ $19 = 2^0 \times 19$ 2^0 の場合は対になる数は2倍になり 2^1 の場合は対になる数は半分になります。

[問題2]

1÷5の循環節です。何進法ですか。

- (1) $0.\dot{1}4\dot{6}3$ (2) $0.\dot{1}25\dot{4}$

[問題3]

十進法で $1 \div 7$ は $0.\dot{1}4285\dot{7}$ と6桁の数字をくり返します。循環節の長さが1桁、2桁になるのは何進法のときますか。3進法、9進法、17進法、27進法、81進法のとときはどうなりますか。

41進法での $1 \div 29$ の計算

| | | |
|---------------------|--|---------------------------------------|
| $29 \overline{) 1}$ | $0.\dot{1} \textcircled{16} \textcircled{39} \textcircled{24}$ | |
| $\underline{-0}$ | | |
| $\times 41$ | $\dot{1}$ | $+ \textcircled{39} \textcircled{16}$ |
| | $\underline{-29}$ | $\textcircled{24}$ |
| $\times 41$ | $\dot{12}$ | $\textcircled{40} \textcircled{40}$ |
| | $\underline{-464}$ | |
| | 28 | |
| $\times 41$ | $\dot{1148}$ | |
| | $\underline{-1131}$ | |
| | 17 | |
| $\times 41$ | $\dot{697}$ | |
| | $\underline{-696}$ | |
| | 1 | |

41進法での $1 \div N$ の循環節の長さを調べました。

[41進法を使った理由]

Nが5以上の場合は $2-0-1$ が周期的にあらわれます。

そこで $2-0-1$ の部分について調べることにしました。 $2-0-1$ とは $2 \rightarrow N+1$ $0 \rightarrow N$ $1 \rightarrow N-1$ となる部分です。

$41+1=42=2 \times 3 \times 7$ $\textcircled{A} \rightarrow \textcircled{2}$ 約数がたくさんあります。
 $41-1=40=2 \times 2 \times 2 \times 5$ $\textcircled{B} \rightarrow \textcircled{1}$

例外とは $41^2+1=2 \times 29^2$ も含まれています。41進法で $1 \div 29$ と $1 \div 29^2$ のどちらの循環節の長さが4桁になります。

| N | 循環節の長さ | |
|----|---|-----|
| 2 | $\textcircled{B} 1$ | = 1 |
| 3 | $\textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 4 | 2×2 $\textcircled{B} 1 \textcircled{B} 1$ | = 1 |
| 5 | $\textcircled{B} 1$ | = 1 |
| 6 | 2×3 $\textcircled{B} 1 \textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 7 | $\textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 8 | $2 \times 2 \times 2$ $\textcircled{B}, \textcircled{B}, \textcircled{B}$ | = 1 |
| 9 | 3×3 $\textcircled{A} 2 \times 3$ | = 6 |
| 10 | 2×5 $\textcircled{B}, \textcircled{B}$ | = 1 |
| 11 | | |
| 12 | $2 \times 2 \times 3$ $\textcircled{B}, \textcircled{B}, \textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 13 | | |
| 14 | 2×7 $\textcircled{B}, \textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 15 | 3×5 $\textcircled{A} 2 \textcircled{B} 1$ | = 2 |
| 16 | $2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\textcircled{B}, \textcircled{B}, \textcircled{B}, \textcircled{A} 2$ | = 2 |
| 17 | | |
| 18 | $2 \times 3 \times 3$ $\textcircled{B}, \textcircled{A} 2 \times 3$ | = 6 |

3×3と同じ素数がある時は22目からはその数字をかける。
 ②を使うことから①を使う

$$2^n + 1$$

$$\text{素数} \times 2 + 1$$

⑥

5 型の素数

7 型の素数

| | 5 | 7 | 11 | 17 | 19 | 23 | 29 | 31 | 37 | 41 | 43 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 5 | 4 | | | | | | | | | | |
| 7 | 3 | 6 | | | | | | | | | |
| 11 | 5 | 5 | 5 | | | | | | | | |
| 13 | 12 | 3 | 6 | 4 | 12 | | | | | | |
| 17 | 8 | 16 | 4 | 16 | 16 | 16 | 8 | | | | |
| 19 | 18 | 18 | 9 | 9 | 9 | 3 | 6 | 9 | | | |
| 23 | 11 | 11 | 11 | 22 | 11 | 22 | 11 | 11 | 22 | 22 | |
| 29 | 28 | 28 | 14 | 14 | 14 | 7 | 28 | 14 | 28 | 28 | 4 |
| 31 | 5 | 30 | 5 | 3 | 6 | 15 | 5 | 15 | 15 | 30 | 30 |
| 37 | 36 | 18 | 18 | 36 | 4 | 9 | 12 | 9 | 3 | 6 | 9 |
| 41 | 20 | 8 | 10 | 20 | 40 | 40 | 20 | 4 | 5 | 40 | 40 |
| 43 | 14 | 42 | 7 | 42 | 3 | 6 | 14 | 21 | 21 | 7 | 42 |

対称
(等しい)

補完
(1対2)

準7型 → 19, 31, 43
混在型 → 13, 29, 37, 41

進法

| | 5 | 7 | 11 | 17 |
|----|---|---|----|----|
| 2 | 4 | 3 | 10 | 8 |
| 3 | 4 | 6 | 5 | 16 |
| 4 | 2 | 3 | 5 | 4 |
| 5 | 0 | 6 | 5 | 16 |
| 6 | 1 | 2 | 10 | 16 |
| 7 | 4 | 0 | 10 | 16 |
| 8 | 4 | 1 | 10 | 8 |
| 9 | 2 | 3 | 5 | 8 |
| 10 | 0 | 6 | 2 | 16 |
| 11 | 1 | 3 | 0 | 16 |
| 12 | 4 | 6 | 1 | 16 |
| 13 | 4 | 2 | 10 | 4 |
| 14 | 2 | 0 | 5 | 16 |
| 15 | 0 | 1 | 5 | 8 |
| 16 | 1 | 3 | 5 | 2 |
| 17 | 4 | 6 | 10 | 0 |
| 18 | 4 | 3 | 10 | 1 |
| 19 | 2 | 6 | 10 | 8 |
| 20 | 0 | 2 | 5 | 16 |
| 21 | 1 | 0 | 2 | 4 |