2021.7.8

武田利一 様

レポート(2004.7.19)「研究レポート」(29/36) 上 を見直しています。階差数列の一般式の規則性 を M=4(4乗数)を使って説明しました。今回は①微分をくり返す。②階差を次々と作る。という2つの視点を組み合わせて考えてみました。

テイラー級数

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \cdots \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(x)$$

2! 3! n! が なぜあるのかについて考えてみました。

N^4 の微分をくり返します。

$$\overset{(0)}{N^4} \to \overset{(1)}{4N^3} \to \overset{(2)}{12N^2} \to \overset{(3)}{24N} \to \overset{(4)}{24}$$

$$(N+1)^4 - N^4 = \underset{\substack{\uparrow \\ (1)\div 1}}{4N^3} + \underset{\substack{\uparrow \\ (2)\div 2}}{6N^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ (3)\div 6}}{4N} + \underset{\substack{\uparrow \\ (4)\div 24}}{1}$$

を (1)〜(4) を使って 表現します。

Mを変化させても 階乗(!)があらわれます。

$(N+1)^4 - N^4$, N+1 とすることによる増加分を微分をくり返すことによって得られる数値の和として求める考え方だと見ることができます。

研究レポートでは階差によって作られる数列の一般項の効率的な求め方をテーマとしました。階差0項数列を使います。表の上と左の列以外の部分を求めることができます。

林 邦英

M=4（4乗数）の場合

0	1	16	81	256	625	1296	M−4−0
1	15	65	175	369	671		M−4−1
14	50	110	194	302			M−4−2
36	60	84	108				M−4−3
24	24	24					M−4−4
0	0						

M−4−0　N^4

M−4−1　$4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

M−4−2　$12N^2 + 24N + 14$

M−4−3　$24N + 36$

M−4−4　24

才1項　M−4−1は

N^4　$(N+1)^4 - N^4 = 4N^3 + 6N^2 + 4N + 1$

$4N^3$　4×1　6×1　4×1　1×1

$12N^2$　6×2　4×6　1×14

$24N$　4×6　1×36

24　1×24

微分を　くり返す。

1	K
2 − 1	K^2
6 − 6 − 1	K^3
24 − 36 − 14 − 1	K^4

の階差0項数列