

武田利一様

2021. 6. 30

今年も半分が終わりました。月日の流れが速いと感じます。

1次近似式 \sin, \cos, \tan と加法定理を対応させました。

Date

1次近似式 $h \approx 0$ のとき $f(a+h) \approx f(a) + f'(a)h$

$$\sin(a+h) \approx \sin a + h \cos a \quad h \approx 0$$

$$\cos(a+h) \approx \cos a - h \sin a \quad h \approx 0$$

$$\tan(a+h) \approx \tan a + \frac{h}{\cos^2 a} \quad h \approx 0$$

$$\left(\begin{array}{l} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \sin(a+h) \approx \sin a \cdot 1 + \cos a \cdot h \end{array} \right.$$

$$\left(\begin{array}{l} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \cos(a+h) \approx \cos a \cdot 1 - \sin a \cdot h \end{array} \right.$$

$$\boxed{\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}}$$

$\cos \beta \rightarrow 1$ $\sin \beta \rightarrow h$ に対応した。

\tan の場合は、式が変身します。

$\sin(a+h)$ の精度を良くするためにテイラー級数
を使いました。

2

No.

Date

$$\sin 61^\circ - \sin 60^\circ = 0.00859430335$$

$$\begin{aligned} \sin(a+h) \doteq & \sin a + \underbrace{h \cdot \cos a}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\frac{h^2}{2!} (-\sin a)}_{\textcircled{2}} \\ & + \underbrace{\frac{h^3}{3!} (-\cos a)}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\frac{h^4}{4!} \sin a}_{\textcircled{4}} \end{aligned}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos 60^\circ = 0.5$$

$$h = \frac{\pi}{180} = 0.017453292 \quad \textcircled{A}$$

$$\textcircled{1} \quad 0.00872664626 \quad \textcircled{A} \div 2$$

$$\textcircled{2} \quad -0.000131903212 \quad -\textcircled{A}^2 \div 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad -0.0000004430480778 \quad -\textcircled{A}^3 \div 6 \div 2$$

$$\textcircled{4} \quad 0.000000003348334675 \quad \textcircled{A}^4 \div 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{0.00859430335}$$

($\sin \rightarrow \cos \rightarrow -\sin \rightarrow -\cos \rightarrow \sin$)

微分のサイクルを確かめることができました。

h が円弧でよいことがわかります。

$$\tan 61^\circ - \tan 60^\circ = 0.071996947$$

$$\tan(a+h) \doteq \tan a + h \cdot \frac{1}{\cos^2 a} + \frac{h^2}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sin a}{\cos^3 a}$$

$$h = \frac{\pi}{180} = 0.017453292$$

$$\textcircled{2} h \cdot \frac{1}{\cos^2 60^\circ} = h \times 4 \quad 0.06981317$$

$$\textcircled{1} \frac{h^2}{2} \cdot \frac{2 \cdot \sin 60^\circ}{\cos^3 60^\circ} = \frac{h^2}{2} \cdot 8\sqrt{3} \quad \frac{+ 0.00211045}{0.07192362}$$

$$f(a+h) = f(a) + h f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) +$$

$$\frac{h^3}{3!} f'''(a) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a) \dots$$

まだまだ 数千程度のものでもうしわけありません。

暑くなります。お体に気をつけて下さい。

林 邦英