

武田利一様

M乗数の和の公式（和の形・展開型）の係数がパスカルの三角形に  
よって作ることでできる数列（三角数  $S(n) = n$ ）と関係の深いことがわかりました。

この数列の一般項を求める方法はいくつかあります。今回は初めに打ちかえり

素朴に表を観察することから始めました。左右のとなりあう数字の比を

調べました。2倍, 3倍, 4倍。きれいな傾きが表われました。

そこで、もっとくわしく調べてみることにしました。

$$N(5) \text{ の場合 } \begin{matrix} & & 5+0 & 5+1 & 5+2 & 5+3 & 5+4 & 5+5 & 5+6 \\ & & 1 \times \frac{5}{1} & \times \frac{6}{2} & \times \frac{7}{3} & \times \frac{8}{4} & \times \frac{9}{5} & \times \frac{10}{6} & \times \frac{11}{7} \\ n=0 & n=1 & n=2 & & & & & & \end{matrix} = 330$$

となりました。

これを使って  $S(n) = n$  までの数列の

一般項を求めることができます。

三角数  $S(n) = n$  の表

n	0	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	3	4	5	6	7
3	1	3	6	10	15	21	28
4	1	4	10	20	35	56	84
5	1	5	15	35	70	126	210
6	1	6	21	56	126	252	462
7	1	7	28	84	210	462	924
8	1	8	36	120	330	792	1716
9	1	9	45	165	495	1287	3003
10	1	10	55	220	715	2002	5005
11	1	11	66	286	1001	3003	8008
12	1	12	78	364	1365	4368	12376
13	1	13	91	455	1820	6188	18564
14	1	14	105	560	2380	8568	27132
15	1	15	120	680	3060	11628	38760
16	1	16	136	816	3876	15504	54264

$n=0$        $N$

$n=1$        $N \times \frac{1}{2}(N+1)$

$= \frac{1}{2} N(N+1)$

$n=2$        $N \times \frac{1}{2}(N+1) \times \frac{1}{3}(N+2)$

$= \frac{1}{6} N(N+1)(N+2)$

この方法が一番基本的な古い

一般項を求める方法だと思っ

ました。

林邦英

三角数  $S_{(1)-n}$  の表 (左の数值)

$n$	0	1	2	3	4	5	6
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{5}{5}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{7}$
1	$\frac{2}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{8}{7}$
1	$\frac{3}{1}$	$3 \frac{4}{2}$	$\frac{5}{3}$	$10 \frac{3}{2} \frac{6}{4}$	$15 \frac{7}{5}$	$21 \frac{4}{3} \frac{8}{6}$	$28 \frac{9}{7}$
1	$\frac{4}{1}$	$4 \frac{5}{2}$	$10 \frac{6}{3}$	$20 \frac{7}{4}$	$35 \frac{8}{5}$	$56 \frac{3}{2} \frac{9}{6}$	$84 \frac{10}{7}$
1	$\frac{5}{1}$	$5 \frac{6}{2}$	$15 \frac{7}{3}$	$35 \frac{8}{4}$	$70 \frac{9}{5}$	$126 \frac{10}{6}$	$210 \frac{11}{7}$
1	$\frac{6}{1}$	$6 \frac{7}{2}$	$21 \frac{8}{3}$	$56 \frac{9}{4}$	$126 \frac{10}{5}$	$252 \frac{11}{6}$	$462 \frac{12}{7}$
1	7	28	84	210	462	924	1716
1	8	36	120	330	792	1716	3432
1	9	45	165	495	1287	3003	6435
1	10	55	220	715	2002	5005	11440
1	11	66	286	1001	3003	8008	19448
1	12	78	364	1365	4368	12376	31824
1	13	91	455	1820	6188	18564	50388
1	14	105	560	2380	8568	27132	77520
1	15	120	680	3060	11628	38760	116280
1	16	136	816	3876	15504	54264	170544

$$\frac{1}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7}$$

$$+0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \quad +4 \quad +5 \quad +6$$

$$1 \times \frac{5}{1} \times \frac{6}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{8}{4} \times \frac{9}{5} \times \frac{10}{6} \times \frac{11}{7} = 330$$