

武田利一様

おもしろい日々を過ごされていると思います。お体に気をつけて下さい。
昨日の豊明市は秋らしい日で郵便配達の仕事をしていても気持ちのよいものでした。青空がきれいで風もさわやかでした。

平方根に関する図を2つ書きました。

(図1)は、私が中学生の時に考えたものです。Nが1から4までの、開平方を使わずに簡単に求めることの式は何なのか。傾き $\frac{1}{3}$ を改良する上で両辺なりの $\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{5}$ をどのように使うのか。

(図2)は2000年に考えたものです。3本の線分を使って、もっと精度の良い式はつくれないのか。テーマは平方根の区間近似式です。2002年にハレー法(3次収束)にこだわりました。反比例のグラフの曲線(双曲線)でした。2011年に区間近似式への応用をこころみしました。2019年9月に「傾きの変化に着目する考え方」として、本質的な考え方にたどりつくことができました。「平方根を求める考え方あれこれ」の③にしました。これをつけ加えることで、①より⑤までを「静」から「動」に変えることができました。

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{A^2+x} < A + \frac{x}{2A + \frac{x}{2A+1}} \quad (0 < x < 2A+1)$$

①と②, ④と⑤が1つにつながりました。

③'の左辺と③の関係

③'の左辺

$$\sqrt{A^2+x} > A + \frac{x}{2A + \frac{x}{2A}}$$

$$\sqrt{1+a} > 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2}} = 1 + \frac{2a}{4+a}$$

($\sqrt{4}=2, 4=1+3, a=3$)

$$1 + \frac{2a}{4+a - \frac{a}{3}}$$

$$1 + \frac{2 \times 3}{4+3} = 1 + \frac{6}{7}$$

2に対するため
1は
7を6にする
必要がある。

$$(7-6) \div 3 = \frac{1}{3}$$

↑
a=3

[分母1次補正]

$$1 + \frac{6a}{12+3a-a}$$

$$1 + \frac{6a}{12+2a}$$

$$1 + \frac{3a}{6+a} = 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}}$$

$$\sqrt{1+a} < 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}} \quad (0 < a < 3)$$

③

$$\sqrt{A^2+x} < A + \frac{x}{2A + \frac{x}{2A+1}} \quad (0 < x < 2A+1)$$

精度を良くするには? ($0 < a < 1$ では ③⁰左辺が有利)

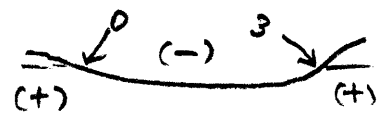
$$\sqrt{1+a} \doteq 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}} = 1 + \frac{3a}{6+a}$$

$$\doteq 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}}} = 1 + \frac{a}{2 + \frac{3a}{6+a}} = 1 + \frac{6a+a^2}{12+5a}$$

$$\doteq 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}}}} = 1 + \frac{a}{2 + \frac{6a+a^2}{12+5a}} = 1 + \frac{12a+5a^2}{24+16a+a^2}$$

$$\doteq 1 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{2 + \frac{a}{3}}}}} = 1 + \frac{a}{2 + \frac{12a+5a^2}{24+16a+a^2}} = 1 + \frac{24a+16a^2+a^3}{48+44a+7a^2}$$

$$\sqrt{1+a} \doteq 1 + \frac{24a+16a^2+a^3}{48+44a+7a^2} \quad (a \text{ が } 0 \text{ と } 3 \text{ の時は等号が成立})$$



[ans² a = -9]

$a = -0.5$	$0.500142\dots$	$a = -0.25$	$0.750002\dots$
$a = 1$	$1.9997959\dots$	$a = 1.5$	$2.4993\dots$
$a = 2$	$2.99881\dots$	$a = 2.5$	$3.4988\dots$
$a = 4$	$5.00907\dots$	$a = 5$	$6.0318\dots$

