2020. 1. 5

武田 利一 様

おいそがしい日々をすごされていると思います。これから寒い日が続きます。お体に気をつけて下さい。平方根を求める考え方あれやこれや のレポートで、私がこれまで学習してきたことをまとめてみました。いくつかの疑問も生まれてきます。

①②③は不等号の式ですが ④と⑤は等号の式に変化しています。この過程ではどのような考え方の変化があったかということ。④と⑤を分けへだてる考え方はどこからきたのかということ。⑦と⑤と⑩の関係はどうだったのか。

①の左辺と右辺を加える実験と③の左辺の関係がわかりました。発見と位置付けの関係だと思いました。⑩の方法は立方根の場合にも応用できます。ところが、この場合では、$X^{\frac{1}{N}} > \dfrac{(N+1)X+(N-1)}{(N-1)X+(N+1)}$ の式にもどる必要があります。

この式によって、2011年の2月の実験で知った $a+\dfrac{x}{3a^2} > \sqrt[3]{a^3+x} > a+\dfrac{a\cdot x}{3a^3+x}$ と $\sqrt{1+x} > 1+\dfrac{2x}{4+x}$ が同一の考え方であることを知ることができました。

私は、この元になる基本式がいったい何なのかわかりません。2002年の春に実験で運よく知ったものです。もしよろしければ、お知らせ下さい。

昨年の学習で知った方法です。

$\sqrt{19}$ を例にします。　　$19 = 4^2 + 3$ を使って

$$4+\frac{24}{67} = 4+\cfrac{3}{8+\cfrac{3}{8}} < \sqrt{19} < 4+\cfrac{3}{8+\cfrac{3}{9}} = 4+\frac{27}{75} = 4+\frac{9}{25}$$

(18.9940)　　(19.0096)

平方数の表を使った簡単な平方根の近似値を求める方法だと思いました。

林 邦英

$$\frac{a+b+2\cdot a\cdot b}{2+a+b}$$

$(a\cdot b \to 1)$

$$\frac{\frac{10}{10}+\frac{11}{10}}{2} = \frac{21}{20} \qquad \frac{20}{21}\times\frac{11}{10} = \frac{22}{21}$$

$$\frac{21+22}{20+21} = \frac{43}{41}$$

$$= 1+\frac{2}{41}$$

(1)
$$\boxed{\frac{a+b}{2} > \sqrt{a\cdot b} > \frac{2\cdot a\cdot b}{a+b}}$$

$$\boxed{A+\frac{x}{2A} > \sqrt{A^2+x} > A+\frac{x}{2A+1}}$$
(2)

(3)
$$\boxed{A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A}} < \sqrt{A^2+x} < A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+1}}}$$

$A=1$

$$\sqrt{1+x} > 1+\frac{x}{2+\frac{x}{2}} = 1+\frac{2x}{4+x}$$

$$x^{\frac{1}{N}} > \frac{(N+1)x+(N-1)}{(N-1)x+(N+1)}$$

$$\sqrt[3]{1+x} > 1+\frac{x}{3+x}$$

(7)

```
              2. 6   4   5   7
             ____________________
  2         | 7
 +2   2×2     -4
 ----        -----
  46          300
 + 6  46×6   -276
 ----        -----
  524          24 00
 +  4 524×4   -20 96
 -----        -------
  5285         3 04 00
     5  5285  -2 64 25
        ×5    ---------
        5290     39 75 00
        ×7       37 03 49
```

3→4

$$\boxed{A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A}}} > \sqrt{A^2+x} > A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+1}}}}$$

(4)

$$\sqrt{A^2+x} = A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+\cfrac{x}{2A+\dots}}}}$$

$$\sqrt{7} = 2+\cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+}}$$

(5)

$$\sqrt{7} = 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+}}}}$$

(10)

$$\sqrt{1+x} = 1+\tfrac{1}{2}x-\tfrac{1}{8}x^2+\tfrac{1}{16}x^3-\tfrac{5}{128}x^4+$$

$$\sqrt[3]{1+x} = 1+\tfrac{1}{3}x-\tfrac{1}{9}x^2+\tfrac{5}{81}x^3-\tfrac{10}{243}x^4+$$