

武田利一様

南山大学の杉浦洋先生に教えていただいた式を整理しました。前半は初歩的で後半は高級なものです。後半は私には説明がありませんが存在していることを知るだけでも有益に思いました。

始まりを接線法  $1 + 0.5a$  にしました。

$a=1$  の時  $1.5$  になって  $\sqrt{2} = 1.4142$  よりも大きくなってしまいます。

この問題をどのようにして解決するのかわか?

$$A \quad 1 + \frac{1}{2}a - \frac{3}{35}a^2 - 0.002$$

$$B \quad 1 + \frac{a}{2 + \frac{70}{169}a} - 0.0008$$

Aは誤差をうち消すために  $-\frac{3}{35}a^2$  の項をつけたかえました。Bは  $a$  の変化にあわせて傾きを変化させるために分母を変形しました。どちらも初歩的で大切な視点だと思いました。

やっと思らしさを感じました。おもしろい回をすすめていいると思えます。お体に気をつけて下さい。 林和英

$\sqrt{1+a} \doteq 1 + \frac{1}{2} \cdot a \quad (0 < a < 1)$  の改良

テイラー展開法

①  $1 + \frac{1}{2}a - \frac{3}{35}a^2 - 0.0002$

②  $1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \frac{2}{51}a^3 + 0.0007$

③  $1 + \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a^2 + \frac{1}{16}a^3 - \frac{5}{128}a^4 + \frac{5}{317}a^5 + 0.0002$

双曲線近似法

$\sqrt{1+a} \doteq 1 + \frac{2a}{4+a}$

① 定数補正  $1 + \frac{2a}{4+a} + 0.0071$

② 分子補正 + 定数補正  $1 + \frac{(29/14)a}{4+a} - \frac{1}{370}$

③ 分母補正 + 定数補正  $1 + \frac{a}{2 + \frac{70}{169}a} - 0.0008$

④ 分母2次補正 + 定数補正  $1 + \frac{2a}{4+a - \frac{35}{204}a^2} + 0.00023$

⑤ 分子補正 + 分母2次補正  $1 + \frac{379/189 a}{4+a - \frac{10}{63}a^2}$

パデ近似  $\frac{3\sqrt{6}(3+2x)}{22+4x}$

双曲線型近似  $\pi$  IV

①  $\frac{2+\sqrt{2}x}{2+(\sqrt{2}-1)x} - \frac{1}{1035}$

②  $\frac{1+(4\sqrt{2}-5)x}{1+(3-2\sqrt{2})x} + \frac{1}{1162}$

③  $\frac{1+(2+\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{6}-4)x}{1+(2+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-\sqrt{2}-2)x}$

最良有理式近似 (分子分母1次式)

①  $\frac{1.00038+0.67932x}{1+0.18805x} = \frac{1+0.67925x}{1+0.18805x} + \frac{38}{100000}$

[参考]  $\sqrt[n]{1+a}$  ( $0 < a < 1$ )

$n=3$   $\frac{1.00029+0.58553x}{1+0.25895x} = \frac{1+0.58545x}{1+0.25895x} + \frac{29}{100000}$

$n=5$   $1.00053+0.18863x-0.04099x^2$

$\frac{1.00018+0.51455x}{1+0.31885x} = \frac{1+0.51455x}{1+0.31885x} + \frac{18}{100000}$

$\frac{1.00096}{1-0.18058x+0.0527x^2}$

$\frac{1.0000112+0.660971x}{1+0.461448x-0.015493x^2}$