No. 1

2019. 9. 8

武田利一　様

今年の夏は郵便配達の仕事がとてもつらく感じました。年をとることのもつ意味を体感しています。

平方根の区間近似式を異なる2つの視点で作りました。

1つはテイラー展開法を使ってもう1つは双曲線近似法を使いました。平方根の近似分数を作る方法には2種類ありどちらにも意味があったように異なる視点をもつことは大切です。

〔テイラー展開法〕

$$\sqrt{1+a} \quad (0<a<1)$$

① $1+\frac{1}{2}a-\frac{3}{35}a^2-0.002$

② $1+\frac{1}{2}a-\frac{1}{8}a^2+\frac{2}{51}a^3+0.0007$

③ $1+\frac{1}{2}a-\frac{1}{8}a^2+\frac{1}{16}a^3-\frac{5}{128}a^4$
$+\frac{5}{317}a^5+0.0002$

定数項補正が誤差の最大のめやすになります。

〔双曲線近似法〕　分母1次補正＋定数項補正

$\sqrt{1+a}$　$(0<a<1)$　$\sqrt{2} \fallingdotseq 577/408$

$$1+\frac{a}{2+\frac{70}{169}a}-0.0008$$

$a=0.6$　$Ans^2=1.60286$

$\sqrt[3]{1+a}$　$(0<a<1)$　$\sqrt[3]{2} \fallingdotseq 286/227$

$$1+\frac{a}{3+\frac{50}{59}a}-0.0006$$

$a=0.6$　$Ans^3=1.60332$

$\sqrt[5]{1+a}$　$(0<a<1)$　$\sqrt[5]{2} \fallingdotseq 309/269$

$$1+\frac{a}{5+\frac{69}{40}a}-0.0004$$

$a=0.6$　$Ans^5=1.60335$

作り方（平方根）

$$1+\frac{1}{2}a > \sqrt{1+a} > 1+0.4142a$$
$(0<a<1)$

$a=0$ の時の傾きは 0.5　$a=1$ の時の傾きは 0.4142 と変化するので a の変化にあわせて傾きが変化するように分母を変形します。

$$1+\frac{a}{2+xa}\quad a=1\quad 1+\frac{1}{2+x}=\frac{577}{408}\quad x=\frac{70}{169}$$

Date 2019.9.8

全体として数値は真数より大きくなります。そこで誤差の大きな
$a=0.6$の時の数値を使って定数項補正を行いました。
分母2次補正＋定数項補正よりも精度が悪くなりますが、簡易計算法としての双曲線近似法の性質を考えるとこちらの方が基本的だと思います。

$\sqrt{1+a} \quad (0<a<1)$

$$1+\frac{2a}{4+a-\frac{35a^2}{209}}+0.00023$$

$\sqrt[3]{1+a} \quad (0<a<1)$

$$1+\frac{a}{3+a-\frac{9a^2}{59}}+0.00018$$

よりも式の形が単純です。

おいそがしい日々をすごされていると思います。
お体に気をつけて下さい。

林 紗英