

武田 利一様

2019.7.16

林 邦英

おいそがしい日々をすごされていらっしゃると思います。お体に気をつけて下さい。

平方根、立方根の近似に関する数表を作りました。もしよろしければ、御意見をお知らせ下さい。

1 立方根の近似式

3次式による近似と双曲線による近似をくらべてみました。

2 一点近似と区間近似

双曲線の次数を変えることなく一点近似を区間近似に直しました。(レポート 2011.2.6)

3 ~ 5

a^2 の補正は5乗根を作るとして気がつきました。(レポート 2011.3.20)

全体の数値が真数より小さい $a^2 + b^2$ の補正することによって誤差は小さくなります。

6 (レポート 2008.3.25)

立方根の近似式

$$1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 + \frac{5}{81}x^3$$

$$(0 < x < 1)$$

$$2 + \frac{-3}{N+2}$$

$$(1 < N < 2)$$

x	3乗します。	N	3乗します。
0.1	1.100012	1.1	1.099930
0.2	1.200195	1.2	1.199463
0.3	1.300979	1.3	1.298272
0.4	1.403070	1.4	1.396092
0.5	1.507445	1.5	1.492711
0.6	1.615341	1.6	1.587963
0.7	1.72827	1.7	1.681717
0.8	1.848009	1.8	1.773874
0.9	1.976656	1.9	1.864360
1.0	2.116630	2.0	1.953125

元になる式

$$(1+x)^a = 1 + ax + \frac{a(a-1)}{2!}x^2$$

$$N^{\frac{1}{a}} = \frac{(a+1)N + (a-1)}{(a-1)N + (a+1)}$$

$$+ \frac{a(a-1)(a-2)}{3!}x^3 - \frac{a(a-1)(a-2)(a-3)}{4!}x^4 +$$

一点近似と区間近似

平方根

立方根

$1 < N < 2 \quad 2 < N < 4$

$1 < N < 2 \quad 2 < N < 4$

$3 + \frac{-8}{N+3} \quad 5 + \frac{-36}{N+8}$

$2 + \frac{-3}{N+2} \quad 3 + \frac{-14}{N+6}$

一点近似

区間近似

一点近似

区間近似

N 2乗します。

N 3乗します。

1.1 1.100 1.090

1.25 1.25 1.22

1.2 1.200 1.181

1.5 1.49 1.46

1.4 1.397 1.369

1.75 1.73 1.70

1.6 1.590 1.563

2.0 1.95 1.95

1.8 1.778 1.760

3.0 2.74 3.01

2.0 1.960 1.960

4.0 3.38 4.10

2.5 2.388 2.469

5.0 3.88 5.15

3.0 2.778 2.983

6.0 4.29 6.16

3.5 3.130 3.495

7.0 4.63 7.11

4.0 3.449 4.000

8.0 4.91 8.00

 $\sqrt{4} = 2$ を使って補正 $\sqrt[3]{8} = 2$ を使って補正

区間 (1 → 2) の近似式

5乗根 $\sqrt[5]{2} \doteq \frac{309}{269}$ を使って補正

$$\sqrt[5]{1+a} \doteq 1 + \frac{a}{2a+5} - \frac{11a^2}{40} + b$$

$b=0$

$b=0.00011$

a 5乗しました。

a 5乗しました。

0.1	1.099979	0.1	1.100572
0.2	1.199857	0.2	1.200494
0.3	1.299601	0.3	1.300279
0.4	1.399230	0.4	1.399950
0.5	1.498807	0.5	1.499568
0.6	1.598428	0.6	1.599228
0.7	1.698210	0.7	1.699051
0.8	1.798295	0.8	1.799175
0.9	1.898837	0.9	1.899756
1.0	2.000005	1.0	2.000962

区間 (1 → 2) の近似式

平方根 $\sqrt{2} \doteq \frac{1393}{985}$ を使って補正

$$\sqrt{1+a} \doteq 1 + \frac{2a}{4+a - \frac{35a^2}{204}} + b$$

$b = 0$

$b = 0.00025$

a	2乗しました。	a	2乗しました。
0.1	1.099983	0.1	1.100508
0.2	1.199888	0.2	1.200436
0.3	1.299686	0.3	1.300256
0.4	1.399393	0.4	1.399985
0.5	1.499059	0.5	1.499671
0.6	1.598758	0.6	1.599390
0.7	1.698584	0.7	1.699236
0.8	1.798649	0.8	1.799319
0.9	1.899076	0.9	1.899765
1.0	1.999999	1.0	2.000706

区間 (1 → 2) の近似式

立方根 $\sqrt[3]{2} \doteq \frac{286}{227}$ を使,て補正

$$\sqrt[3]{1+a} \doteq 1 + \frac{a}{3+a - \frac{9a^2}{59}} + b$$

$$b = 0$$

$$b = 0.00018$$

a 3乗しました。

a 3乗しました。

0.1 1.099980

0.1 1.100556

0.2 1.199867

0.2 1.200477

0.3 1.299628

0.3 1.300272

0.4 1.399282

0.4 1.399958

0.5 1.498886

0.5 1.499594

0.6 1.598528

0.6 1.599267

0.7 1.698320

0.7 1.699089

0.8 1.798390

0.8 1.799189

0.9 1.898883

0.9 1.899712

1.0 1.999956

1.0 2.000814

平方根の区間近似 $\sqrt{1+a}$ ($0 < a < 1$)

4次式の場合 $\sqrt{1.25}$ $\sqrt{1.5}$ $\sqrt{1.75}$ $\sqrt{2}$ の数値を使用

$$-0.01024 a^4 + 0.044608 a^3$$

$$-0.119568 a^2 + 0.4994 a + 1$$

a	2乗しました。
0.1	1.099956
0.2	1.199984
0.3	1.300011
0.4	1.400014
0.5	1.499998
0.6	1.599981
0.7	1.699982
0.8	1.800002
0.9	1.900016
1.0	1.999962