武田 利一 様

2019.1.17

林 和英

久留島義太さんがどのようにして、平方零約術を作り上げたのかを正則連分数の表を使って考えてみました。

実、段数、強弱、段余の関係を読みとることができます。レポート(2010.11.24)平方零約術を説明するP.3－P.6の説明よりも関係を知る上でわかりやすい方法です。実と強弱の決定には、

$67=8^2+3$

$19=4^2+3$

実の決定には　$8\times2=16$

$4\times2=8$

強弱の決定には　$+3$　の部分を使います。

$\sqrt{67}\fallingdotseq 8+\frac{3}{16}$　$\sqrt{19}\fallingdotseq 4+\frac{3}{8}$

を知っていたのは確実です。和田先生はペル方程式なのでこの関係は使っていません。

コクヨ ケ-35 20X20

私の説明方法には問題があります。$\sqrt{67}$ の場合は、

$16 = 5 \times 3 + 1$

$10 = 1 \times 9 + 1$

が見つかりますが、一般には、1つ目だけしか求めることはできません。

$\sqrt{19}$ の場合　$19 = 4^2 + 3$

$4 + \frac{3}{8} = \frac{35}{8}$　　$35 = 4 \times 8 + 3$

$\boxed{8 = 2 \times 3 + 2}$ ○

$\frac{292}{67}$ $\longrightarrow$ $19 = 3 \times 5 + 4$

$\boxed{5 = 1 \times 4 + 1}$ ×

$\sqrt{52}$ の場合　$52 = 7^2 + 3$ はうまくいきました。$A^2 + B$ として、AとBの差が大きくて、Bの小さい場合しか使えないと思います。

和田先生の「数の世界」第8章§8アルゴリズム（計算法）（P. 185）には、

「$\sqrt{m}$ の小数部を計算する必要はない。」

とあります。

深川英俊さんの『江戸時代のフェルマー－ペル方程式の解法「平方零約術」の解説』（

数学セミナー 2011.3)P.48-P.54

P.50で 安島直円は「平方零約解」の原文で「この例で示した結果を踏まえて原積dだけによって小数を使わずに各段数a_nを求めることができる。」と書いています。

開平法を使い$\sqrt{67}$を求め、段数，強弱．近似分数の表を「そろばん」を使って作っています。計算を式で表現しようと実行すれば「小数部分」をεにおきかえることができることに気がつきます。

久留島義太さんの平方零約術をめぐって．私と加藤さんは．異なる視点から研究しました。私は両方とも知ることができ．うれしく思っています。理由があるからです。

ハレー法の一般式 (2002年作成)

$$X^{\frac{1}{N}} \doteqdot \frac{(N+1)x+(N-1)}{(N-1)x+(N+1)}$$

を求めるのに大変に苦労しました。レポート(2011.2.1)では．立方根を異なる視点で分析しました。

後になって思ったのですが．

$$\sqrt{x} \fallingdotseq \frac{3x+1}{x+3}$$

$$\sqrt[3]{x} \fallingdotseq \frac{2x+1}{x+2} = \frac{4x+2}{2x+4}$$

の両方知っていたら，もっと簡単に求めることができるからです。

$\sqrt{19}$ 正則連分数の表の観察

$$\frac{1}{\varepsilon}=\frac{8+\varepsilon}{3}=2+\frac{2+\varepsilon}{3}$$

$$\frac{3}{2+\varepsilon}=\frac{6+\varepsilon}{5}=1+\frac{1+\varepsilon}{5}$$

$$\frac{5}{1+\varepsilon}=\frac{7+\varepsilon}{2}=3+\frac{1+\varepsilon}{2}$$

$$\frac{2}{1+\varepsilon}=\frac{7+\varepsilon}{5}=1+\frac{2+\varepsilon}{5}$$

$$\frac{5}{2+\varepsilon}=\frac{6+\varepsilon}{3}=2+\frac{\varepsilon}{3}$$

$$\frac{3}{\varepsilon}=\frac{8+\varepsilon}{1}=8+\frac{\varepsilon}{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon}=$$

上の部分に着目します。

段数が決定される部分です。

実 段数 強弱 段余 の関係

実		段数		強弱		段余
8	=	2	×	3	+	2
6	=	1	×	5	+	1
7	=	3	×	2	+	1
7	=	1	×	5	+	2
6	=	2	×	3	+	0
8	=	8	×	1	+	0
8	=	2	×	3	+	2
6	=	1	×	5	+	1

実の決定法

$$8 = 2 \times 3 + 2$$

$$8 - 2 = 6 = 1 \times 5 + 1$$

$$8 - 1 = 7 = 3 \times 2 + 1$$

$$8 - 1 = 7 = 1 \times 5 + 2$$

$$8 - 2 = 6 = 2 \times 3 + 0$$

$$8 - 0 = 8 = 8 \times 1 + 0$$

$$8 - 0 = 8 = 2 \times 3 + 2$$

$$8 - 2 = 6 = 1 \times 5 + 1$$

$19 = 4^2 + 3$ の4を使います。

$(4 \times 2 = 8) - ($1段上の段余$) =$ 実

強弱の決定法

強弱	実	段余	原強弱
3	8	0	+3
5	6	2	+3
2	7	1	+3
5	7	1	+3

$$3 \times 5 = 15 = 6 \times 2 + 3$$

$$(6 \times 2 + 3) \div 3 = 5$$

$$5 \times 2 = 10 = 7 \times 1 + 3$$

$$(7 \times 1 + 3) \div 5 = 2$$

$$2 \times 5 = 10 = 7 \times 1 + 3$$

$$(7 \times 1 + 3) \div 2 = 5$$

$19 = 4^2 + 3$ の 3（原強弱）を使います。