武田　利一　様

2017.4.23

林　邦英

筆算による割算は少し工夫をするだけで、十進法以外でも計算ができます。十進法以外の世界を知ることは、有益でした。

7進法で $1 \div 5$ と $1 \div 5^2$ の循環節の長さはどちらも4桁であることに出あうことができました。平方根の近似分数の研究が役に立ちました。

M進法で $1 \div N$ と $1 \div N^2$ の循環節が同じケタ数になる場合の一例

$M^2 + A = B \times N^2$

Bは自然数、M / N は $\sqrt{B}$ の近似分数

$A = -1$ の場合　　2ケタ

$A = 1$ の場合　　4ケタ

十進法で、$1 \div 3$，$1 \div 3^2 = 1 \div 9$ の場合は、$N = M - 1$ に拡張できます。

$10 - 1 = 9 = 3^2$

3，9の循環節は　1ケタ

$M^2+A=B\cdot N^2$ のAを使って分析をすることで、平方根の近似分数を作る方法について考えることができました。変形するとペル方程式になります。

3次収束を使って平方根と立方根の区間近似式を簡単に使うことができました。

$\sqrt{N}$ $(1<N<4)$

$1<N\leqq 2$ $\quad$ $2<N<4$

$$3+\frac{-8}{N+3} \qquad 5+\frac{-36}{N+8}$$

$\sqrt[3]{N}$ $(1<N<8)$

$1<N\leqq 2$ $\quad$ $2<N<8$

$$2+\frac{-3}{N+2} \qquad 3+\frac{-14}{N+6}$$

一点近似 $\quad$ 区間近似

5乗根の場合で $\sqrt[5]{2}$ の近似分数を使って実験をしました。誤差の2乗の値を使うと精度が良くなることがわかりました。

武田 利一 様

2017.7.3

林 邦英

暑くなりました。お体に気をつけて下さい。手術はうまくいき、職場復帰することができました。

「平方根の求め方ー魔法使いの森」に、タイガー計算機を使った方法が紹介されています。参考になりました。ありがとうございます。

$\sqrt{13} = 3.6055\cdots\cdots$ を1桁づつ求める方法について考えてみます。

$9 < 13 < 16$ なので、1の位は3であることがわかります。次の位を決めるために

$3.1 \times 3.1 = 9.61$

$3.2 \times 3.2 = 10.24$

$3.3 \times 3.3 = 10.89$

$3.4 \times 3.4 = 11.56$

$3.5 \times 3.5 = 12.25$

$3.6 \times 3.6 = 12.96 \longleftarrow 3.6$

$3.7 \times 3.7 = 13.69$

3.1より順に、0.1ずつ大きくしてゆき2乗して、13に一番近い小さい値を求めます。3.6が求まりました。

次は3.61より0.01ずつ大きくしてゆくわけですが、

3.61×3.61＝13.0321

となり、3.60であることがわかります。

次は、3.601より始めます。

この計算方法は、原理は単純ですが、数値全体を2乗するので計算が大変です。開平法では、数値を分解することで計算量を少くする工夫をしています。

	3.6055	
3	13	
+3	−9	9＝3×3
66	400	
+6	−396	396＝66×6
720	400	
+0	−0	
720	40000	

7205	40000
+ 5	−36025 ← 7205×5
72105	397500
+ 5	−360525 ← 72105×5
72105	36975

13より9＝3^2を引くと4になります。13ではなく、次の計算では4を使います。

3＋3＝6として、(60＋a)×aが、4×100＝400にもっとも近い小さい数になる値を求めます。a＝6の場合になります。66×6＝396を400より引きます。次の計算ではこの4を使います。(右)

左の計算では66＋6＝72として、(720＋a)×aが、4×100＝400にもっとも近い小さい数になる値を求めます。この場合はa＝0です。

(7200＋a)×aとします。右は、400×100＝40000とします。a＝5となります。

開平法でaを求める計算を単純化できないか。その問の答が、「魔法使いの森」で紹介された、タイガー計算機を使う方法です。《何回引くことができるのか》によって、1桁ずつ値を求めてゆきます。

$13 - 1 = 12$ ①

$12 - 3 = 9$ ② 3

$9 - 5 = 4$ ③

$4 - 7 =$ ——

$3 \times 2 = 6$

$400 - 61 = 339$ ①

$339 - 63 = 276$ ②

$276 - 65 = 211$ ③

$211 - 67 = 144$ ④ 6

$144 - 69 = 75$ ⑤

$75 - 71 = 4$ ⑥

$4 - 73 =$ ——

$60 + 6 \times 2 = 72$

$400 - 721 =$ —— ⓪ 0

720 + 0 × 2 = 720

40000 − 7201 = 32799 ①

32799 − 7203 = 25596 ②

25596 − 7205 = 18391 ③ 5

18391 − 7207 = 11184 ④

11184 − 7209 = 3975 ⑤

3975 − 7211 = ——

開平法と同じ数値が出てきます。原理は同じです。aを求める計算方法がちがいます。計算手順として考えると、タイガー計算機を使った方法は機械的です。

もしよろしければ、御意見をお知らせください。

坪井さんのレポートを見せていただきました。ありがとうございます。