

武田 利一 様

2016・5・20

林 邦英

「精度のちがう数値を使った分析」のレポートを作りました。

「差」による方法と「比」による方法を平均すると精度が良くなることがわかりました。

P.8で精度が良くなる様子を示しました。

「差」と「比」の数値が同じになってしまう場合があります。まだうまく説明できません。もしよろしければ、御意見をお知らせください。

## 精度のちがう数値を使った分析

 $\sqrt{2}$  の場合

平方数の表 (0 から 100) より

$$14^2 = 196 \quad \left[ \begin{array}{l} \text{下2桁が「00」に近い数で上の桁} \\ \text{が } 2A^2 \text{ となるものを選びました。} \end{array} \right.$$

の数値を使います。

精度のちがいを確かめます。

$$196 \div 10^2 = 1.96$$

$$9801 \div 70^2 = 2.00020408163$$

これより

$$14 \div 10 = 1.4$$

より

$$99 \div 70 = 1.4142857$$

の方が精度の良いことがわかります。

「差」に着目する方法

$$2 - 1.96 = 0.04 = \frac{1}{25}$$

$$1.4 = \frac{7}{5} = \frac{98}{70}$$

差は  $\frac{1}{70}$ 

$$9.9 \div 7 = \frac{99}{70}$$

$$\frac{1}{25} \times \text{「?」} = \frac{1}{70}$$

$$\frac{1}{25} \times \frac{5}{2 \times 7} = \frac{1}{70}$$

$$0.04 \div 2 \div 1.4 = 0.0142857$$

 $99^2 = 9801$  を使って

$$(99 - 1 \div 2 \div 99) \div 70 =$$

$$1.41421356421$$

平方数と

$$2.00000000519$$

「比」に着目する方法

$$2 \div 1.96 = 1.02040816326$$

$$\frac{99}{70} \div 1.4 = 1.01020408162$$

小数部分を調べます。  $\frac{1}{2}$  になっています。

$$2 \div 1.96 = 1.02040816326$$

$$-1 = \div 2 = +1 =$$

$$\times 1.4 = 1.4142857$$

$$99^2 = 9801 \text{ を使って}$$

$$9801 \div 9800 = 1.00010204081$$

$$-1 = \div 2 = +1 =$$

$$1.0000510204$$

$$\div = \times 99 \div 70 = 1.41421356054$$

平方すると

$$1.99999999481$$

2つの方法の数値を調べます。

$$\text{「差」} \quad 2.00000000519 \quad (+519)$$

$$\text{「比」} \quad 1.99999999481 \quad (-519)$$

$$\text{「差」} \quad 1.41421356421$$

$$\text{「比」} \quad +1.41421356054$$

$$\hline 2.82842712475$$

( $\div 2$ )

$$1.41421356237$$

2つの方法の数値を平均すると精度が良くなります。

$$9^2 = 81 \quad \rightarrow \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$49^2 = 2401 \quad \rightarrow \sqrt{2400} = 20\sqrt{6}$$

$$51^2 = 2601 \quad \rightarrow \sqrt{2600} = 10\sqrt{26}$$

$$97^2 = 9409 \quad \rightarrow \sqrt{9408} = 56\sqrt{3}$$

$$52^2 = 2704 \quad \rightarrow \sqrt{2700} = 30\sqrt{3}$$

の場合でも2つの方法の数値を平均すると精度が良くなりました。

立方根の場合  $\sqrt[3]{2}$  $63^3 = 250047$  を使います。

$$(250 = 125 \times 2 = 5^3 \times 2)$$

「差」を使って

$$\begin{aligned} (63 - 47 \div 3 \div 63 \div 63) \div 50 \\ = 1.25992105484 \quad \text{---(ア)} \end{aligned}$$

「比」を使って

$$\begin{aligned} (250047 \div 250000 - 1) \div 3 + 1 = \\ 1.00006266666 \end{aligned}$$

$$\div = \times 63 \div 50$$

$$= 1.25992104494 \quad \text{---(イ)}$$

$$((ア) + (イ)) \div 2$$

$$= 1.25992104989$$

$$\text{立方根と } 1.999999999996$$

「差」と「比」の数値が同じになる場合の例

 $\sqrt{2}$  の場合

$$14^2 = 196 \rightarrow \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$41^2 = 1681 \rightarrow \sqrt{1682} = 29\sqrt{2}$$

$$(29^2 \times 2 = 841 \times 2 = 1682)$$

共通点  $+1$ 

$$\frac{14}{10} = \frac{7}{5} \quad 7^2 + 1 = 2 \times 5^2$$

$$\frac{41}{29} \quad 41^2 + 1 = 2 \times 29^2$$

(比較)

$$\frac{99}{70} \quad 99^2 - 1 = 2 \times 70^2$$

$$\sqrt{3} \quad \frac{52}{30} = \frac{26}{15} \quad 26^2 - 1 = 3 \times 15^2$$

$\sqrt[3]{10}$  の場合

$$13^3 = 2197$$

$$6^3 = 216 \quad (216 \times 10 = 2160)$$

「差」  $2.15450361605$

「比」  $2.15436550558$

「平均」  $2.15443456081$

「差」と「比」が同じになる例。

$$28^3 = 21952$$

$$13^3 = 2197 \quad (2197 \times 10 = 21970)$$

「差」  $2.15443485086$

「比」  $2.15443485084$

 $[9^2 = 81 \rightarrow \sqrt{80} = 4\sqrt{5}]$  の計算

$$9 \div 4 = 2.25 \quad 2.25^2 = 5.0625$$

「差」

$$(9 - 1 \div 2 \div 9) \div 4 \\ = 2.23611111111 \quad \text{---(P)}$$

「比」

$$(81 \div 80 - 1) \div 2 + 1 = 1.00625$$

$$\div = \times 9 \div 4$$

$$= 2.2360248447 \quad \text{---(I)}$$

平均値  $4.99980710611$

$$(P) + (I) \div 2$$

$$= 2.2360679779$$

平均値  $5.00000000178$

n	n <sup>2</sup>	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	n <sup>3</sup>	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
1	1	1.000 000	3.162 278	1	1.000 000	2.154 435	4.641 589
2	4	1.414 214	4.472 136	8	1.259 921	2.714 418	5.848 035
3	9	1.732 051	5.477 226	27	1.442 250	3.107 233	6.694 330
4	16	2.000 000	6.324 555	64	1.587 401	3.419 952	7.368 063
5	25	2.236 068	7.071 068	125	1.709 976	3.684 031	7.937 005
6	36	2.449 490	7.745 967	216	1.817 121	3.914 868	8.434 327
7	49	2.645 751	8.366 600	343	1.912 931	4.121 285	8.879 040
8	64	2.828 427	8.944 272	512	2.000 000	4.308 869	9.283 178
9	81	3.000 000	9.486 833	729	2.080 084	4.481 405	9.654 894
10	100	3.162 278	10.00000	1 000	2.154 435	4.641 589	10.00000
11	121	3.316 625	10.48809	1 331	2.223 980	4.791 420	10.32280
12	144	3.464 102	10.95445	1 728	2.289 428	4.932 424	10.62659
13	169	3.605 551	11.40175	2 197	2.351 335	5.065 797	10.91393
14	196	3.741 657	11.83216	2 744	2.410 142	5.192 494	11.18689
15	225	3.872 983	12.24745	3 375	2.466 212	5.313 293	11.44714
16	256	4.000 000	12.64911	4 096	2.519 842	5.428 835	11.69607
17	289	4.123 106	13.03840	4 913	2.571 282	5.539 658	11.93483
18	324	4.242 641	13.41641	5 832	2.620 741	5.646 216	12.16440
19	361	4.358 899	13.78405	6 859	2.668 402	5.748 897	12.38562
20	400	4.472 136	14.14214	8 000	2.714 418	5.848 035	12.59921
21	441	4.582 576	14.49138	9 261	2.758 924	5.943 922	12.80579
22	484	4.690 416	14.83240	10 648	2.802 039	6.036 811	13.00591
23	529	4.795 832	15.16575	12 167	2.843 867	6.126 926	13.20006
24	576	4.898 979	15.49193	13 824	2.884 499	6.214 465	13.38866
25	625	5.000 000	15.81139	15 625	2.924 018	6.299 605	13.57209
26	676	5.099 020	16.12452	17 576	2.962 496	6.382 504	13.75069
27	729	5.196 152	16.43168	19 683	3.000 000	6.463 304	13.92477
28	784	5.291 503	16.73320	21 952	3.036 589	6.542 133	14.09460
29	841	5.385 165	17.02939	24 389	3.072 317	6.619 106	14.26043
30	900	5.477 226	17.32051	27 000	3.107 233	6.694 330	14.42250
31	961	5.567 764	17.60682	29 791	3.141 381	6.767 899	14.58100
32	1 024	5.656 854	17.88854	32 768	3.174 802	6.839 904	14.73613
33	1 089	5.744 563	18.16590	35 937	3.207 534	6.910 423	14.88806
34	1 156	5.830 952	18.43909	39 304	3.239 612	6.979 532	15.03695
35	1 225	5.916 080	18.70829	42 875	3.271 066	7.047 299	15.18294
36	1 296	6.000 000	18.97367	46 656	3.301 927	7.113 787	15.32619
37	1 369	6.082 763	19.23538	50 653	3.332 222	7.179 054	15.46680
38	1 444	6.164 414	19.49359	54 872	3.361 975	7.243 156	15.60491
39	1 521	6.244 998	19.74842	59 319	3.391 211	7.306 144	15.74061
40	1 600	6.324 555	20.00000	64 000	3.419 952	7.368 063	15.87401
41	1 681	6.403 124	20.24846	68 921	3.448 217	7.428 959	16.00521
42	1 764	6.480 741	20.49390	74 088	3.476 027	7.488 872	16.13429
43	1 849	6.557 439	20.73644	79 507	3.503 398	7.547 842	16.26133
44	1 936	6.633 250	20.97618	85 184	3.530 348	7.605 905	16.38643
45	2 025	6.708 204	21.21320	91 125	3.556 893	7.663 094	16.50964
46	2 116	6.782 330	21.44761	97 336	3.583 048	7.719 443	16.63103
47	2 209	6.855 655	21.67948	103 823	3.608 826	7.774 980	16.75069
48	2 304	6.928 203	21.90890	110 592	3.634 241	7.829 735	16.86865
49	2 401	7.000 000	22.13594	117 649	3.659 306	7.883 735	16.98499
50	2 500	7.071 068	22.36068	125 000	3.684 031	7.937 005	17.09976

n	n <sup>2</sup>	$\sqrt{n}$	$\sqrt{10n}$	n <sup>3</sup>	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt[3]{100n}$
50	2 500	7.071 068	22.36068	125 000	3.684 031	7.937 005	17.09976
51	2 601	7.141 428	22.58318	132 651	3.708 430	7.989 570	17.21301
52	2 704	7.211 103	22.80351	140 608	3.732 511	8.041 452	17.32478
53	2 809	7.280 110	23.02173	148 877	3.756 286	8.092 672	17.43513
54	2 916	7.348 469	23.23790	157 464	3.779 763	8.143 253	17.54411
55	3 025	7.416 198	23.45208	166 375	3.802 952	8.193 213	17.65174
56	3 136	7.483 315	23.66432	175 616	3.825 862	8.242 571	17.75808
57	3 249	7.549 834	23.87467	185 193	3.848 501	8.291 344	17.86316
58	3 364	7.615 773	24.08319	195 112	3.870 877	8.339 551	17.96702
59	3 481	7.681 146	24.28992	205 379	3.892 996	8.387 207	18.06969
60	3 600	7.745 967	24.49490	216 000	3.914 868	8.434 327	18.17121
61	3 721	7.810 250	24.69818	226 981	3.936 497	8.480 926	18.27160
62	3 844	7.874 008	24.89980	238 328	3.957 892	8.527 019	18.37091
63	3 969	7.937 254	25.09980	250 047	3.979 057	8.572 619	18.46915
64	4 096	8.000 000	25.29822	262 144	4.000 000	8.617 739	18.56636
65	4 225	8.062 258	25.49510	274 625	4.020 726	8.662 391	18.66256
66	4 356	8.124 038	25.69047	287 496	4.041 240	8.706 588	18.75777
67	4 489	8.185 353	25.88436	300 763	4.061 548	8.750 340	18.85204
68	4 624	8.246 211	26.07681	314 432	4.081 655	8.793 659	18.94536
69	4 761	8.306 624	26.26785	328 509	4.101 566	8.836 556	19.03778
70	4 900	8.366 600	26.45751	343 000	4.121 285	8.879 040	19.12931
71	5 041	8.426 150	26.64583	357 911	4.140 818	8.921 121	19.21997
72	5 184	8.485 281	26.83282	373 248	4.160 168	8.962 809	19.30979
73	5 329	8.544 004	27.01851	389 017	4.179 339	9.004 113	19.39877
74	5 476	8.602 325	27.20294	405 224	4.198 336	9.045 042	19.48695
75	5 625	8.660 254	27.38613	421 875	4.217 163	9.085 603	19.57434
76	5 776	8.717 798	27.56810	438 976	4.235 824	9.125 805	19.66095
77	5 929	8.774 964	27.74887	456 533	4.254 321	9.165 656	19.74681
78	6 084	8.831 761	27.92848	474 552	4.272 659	9.205 164	19.83192
79	6 241	8.888 194	28.10694	493 039	4.290 840	9.244 335	19.91632
80	6 400	8.944 272	28.28427	512 000	4.308 869	9.283 178	20.00000
81	6 561	9.000 000	28.46050	531 441	4.326 749	9.321 698	20.08299
82	6 724	9.055 385	28.63564	551 368	4.344 481	9.359 902	20.16530
83	6 889	9.110 434	28.80972	571 787	4.362 071	9.397 796	20.24694
84	7 056	9.165 151	28.98275	592 704	4.379 519	9.435 388	20.32793
85	7 225	9.219 544	29.15476	614 125	4.396 830	9.472 682	20.40828
86	7 396	9.273 618	29.32576	636 056	4.414 005	9.509 685	20.48800
87	7 569	9.327 379	29.49576	658 503	4.431 048	9.546 403	20.56710
88	7 744	9.380 832	29.66479	681 472	4.447 960	9.582 840	20.64560
89	7 921	9.433 981	29.83287	704 969	4.464 745	9.619 002	20.72351
90	8 100	9.486 833	30.00000	729 000	4.481 405	9.654 894	20.80084
91	8 281	9.539 392	30.16621	753 571	4.497 941	9.690 521	20.87759
92	8 464	9.591 663	30.33150	778 688	4.514 357	9.725 888	20.95379
93	8 649	9.643 651	30.49590	804 357	4.530 655	9.761 000	21.02944
94	8 836	9.695 360	30.65942	830 584	4.546 836	9.795 861	21.10454
95	9 025	9.746 794	30.82207	857 375	4.562 903	9.830 476	21.17912
96	9 216	9.797 959	30.98387	884 736	4.578 857	9.864 848	21.25317
97	9 409	9.848 858	31.14482	912 673	4.594 701	9.898 983	21.32671
98	9 604	9.899 495	31.30495	941 192	4.610 436	9.932 884	21.39975
99	9 801	9.949 874	31.46427	970 299	4.626 065	9.966 555	21.47229
100	10 000	10.000 000	31.62278	1 000 000	4.641 589	10.000 000	21.54435