

武田 利一 様

2016.4.27

林 邦英

北海道の渡辺 勝さんより、テイラー展開
を使う方法の具体例の資料を送っていただき
ました。

2.3補正を、テイラー展開への道の第一
歩であると位置づけることができました。

1
 $\log_{10} N$ を求める計算方法の三段階

① 自然数の累乗値の桁数からその対数値を求める方法 (ネピア考案)

12桁の電卓を使うことで、簡単に確かめることができます。

$\log_{10} 2$ を例とします。

$2 \times =$ を9回

1.024なので整数部分が1桁になるように 10^n で割ります。

$n = 3$

$1.024 \times =$ を9回

1.26なので $n = 0$

これをくり返します。

仮数部12桁を求めることができました。

$\log_{10} 2$
 10^m

整数部分

 $\div 10^m$

10^m	整数部分	$\div 10^m$
1	1024	3
2	1	0
3	10	1
4	1	0
5	999	2
6	9900653834	9
7	9049795420	9
8	3684576828	9
9	461186	5
10	4352729	6
11	2441274	6
12	7519	3
13	577637651	8
14	41357562	7

② $N^m = a \times 10^n$ で a が 1 に近くなる
 m, n の組み合わせをさがし、 a を使って
 補正する方法 (2.3補正)

2.3補正の方法は、精度のちがう数値を
 分析することで求めることができます。

$$7^{510} = 1.00000093765 \times 10^{431}$$

$$7^{71} = 1.00452521125 \times 10^{60}$$

$$\log_{10} 7 \doteq 431 \div 510 +$$

$$\begin{array}{r} 0.00000093765 \div 510 \\ \div 2.3 \end{array}$$

2.3補正された数値を、ユークリッド互
 除法を使って分析すると、 a がより 1 に近い
 m と n の組み合わせを求めることができます
 。

$\log_{10} 2$ を例とします。

$$2^3 = 0.8 \times 10^1$$

$$(1 \div 0.8 - 1) \div 3 \div 2.3$$

$$= 0.03623188405 \text{ --- (A)}$$

$$1 \div 3 - A$$

$$= 0.29710144928 \text{ --- (B)}$$

B を使、て

$$0 + (3, 2, 1 \dots)$$

$$0 \quad 3 \quad 2 \quad 1$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$2^{10} = 1.024 \times 10^3$$

$$3 \div 10 + (1.024 - 1) \div 10 \div 2.3$$

$$= 0.30104347826$$

$$0 + (3, 3, 9 \dots)$$

$$0 \quad 3 \quad 3 \quad 9$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ \hline 93 \end{array}$$

③ テイラー展開を利用する方法

$$2^{10} = 1024 = 1.024 \times 10^3$$

$$\log_e 10 = 2.30258509299$$

を使います。

$$\log_{10} 2$$

$$3 \div 10 +$$

$$\begin{aligned} & (0.024 - \frac{1}{2} \times 0.024^2 \\ & + \frac{1}{3} \times 0.024^3 - \frac{1}{4} \times 0.024^4 \\ & + \frac{1}{5} \times 0.024^5 \dots) \div 10 \div \log_e 10 \end{aligned}$$

$$\log_e 2$$

$$3 \div 10 \times \log_e 10 +$$

$$\begin{aligned} & (0.024 - \frac{1}{2} \times 0.024^2 \\ & + \frac{1}{3} \times 0.024^3 - \frac{1}{4} \times 0.024^4 \\ & + \frac{1}{5} \times 0.024^5 \dots) \div 10 \end{aligned}$$

4又速を加速するには.

$$2^{196} = \underline{1.0043362776} \times 10^{59}$$

のように ——— の部分を1に近づけます。

$\log_e 10$ に近づく数列は.

$$\log_{10} 1.1 \quad 24$$

$$\log_{10} 1.01 \quad 231$$

$$\log_{10} 1.001 \quad 2303$$

$$\log_{10} 1.0001 \quad 23026$$

$$\log_{10} 1.00001 \quad 230259$$

ユークリッド互除法を使うことを求めることができませんでした。