

武田 利一 様

2016・3・6

林 邦英

レポート (2006・12・9)

「 $\log_{10}(1+10^N)$ の表の観察」
のP.1よりP.4を書き直しました。

$\log_{10}7$ の精度のちがう数値を使った実験を
 $\log_{10}2$ の場合でさらに詳しく調べました。連
分数の方法を利用しました。 $\log_e 10$ に近づ
くようすを確かめることができました。

電卓を使った対数の表作り

$$2 \times = = = = = = = = =$$

と = を 9回 おすと

1024 になります。 $2^{10} = 1024$ の計算です。

$1024 \div 1000 = 10^3$ と考えますと

$\log_{10} 2 \div 3 \div 10 = 0.3$ となります。

もっと精度のよい数値を求めて下さい。

$\log_{10} N$ (N は 1 から 100 まで)

の表を作って下さい。

[$\log_{10} 7$ の例]

$$7^6 = 117649 = 1.17649 \times 10^5$$

$$1.17649^{85} = \underline{1.000000} 93765 \times 10^6$$

$$6 \times 85 = 510$$

$$7^{510} \approx 10^{431}$$

$$5 \times 85 + 6 = 431$$

$$\log_{10} 7 \approx 431 \div 510 = 0.84509803921$$

$$\log_{10} 7 = 0.845098040014257$$

$$= 0 + (1, 5, 2, 5, 6, 1, 4835 \dots)$$

$$1 \quad 5 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \quad 1 \quad 4835$$

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{11}{13} \quad \frac{60}{71} \quad \frac{371}{439} \quad \frac{431}{510} \quad \frac{2084256}{2466289}$$

$$\log_{10} 7 \doteq \frac{431}{510}$$

の精度の良さを連分数を使って確かめました。

$\log_{10} 7$ の精度のわるい数値を作り分析します。

$$\frac{60}{71}$$

を使います。

$$7^6 = 117649 = 1.17649 \times 10^5$$

$$1.17649^{12} = 7.03167647879$$

$$7.03167647879 \div 7 = 1.00452521125$$

$$6 \times 12 - 1 = 71$$

$$7^{71} \doteq 10^{60}$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$60 \div 71 = 0.84507042253$$

$$\log_{10} 7 \doteq 0.84507042253$$

$$0.84509803921 - 0.84507042253$$

$$= 0.00002761668$$

$$1.00452521125 - 1 = 0.00452521125$$

$$0.00452521125 \div 71 = 0.00006373536$$

$$0.00006373536 \div 0.00002761668$$

$$= \underline{2.30785742529}$$

実験値ですので 2.3 をとります。

$\log_{10} 2$ を確かめてみます。

$$2^{10} = 1024 = 1.024 \times 10^3 \text{ を使って}$$

$$1.024 - 1 = 0.024$$

$$0.024 \div 10 \div 2.3 = 0.00104347826$$

$$0.3 + 0.00104347826 = 0.30104347826$$

$$2^{10} = 1.024 \times 10^3$$

$$1.024^{20} = 1.60693804417$$

$$1.60693804417 \div 16 = 0.10043362776$$

$$16 = 2^4 \text{ ですから} \quad = 1.0043362776 \times 10^{-1}$$

$$10 \times 20 - 4 = 196$$

$$2^{196} \doteq 10^{59}$$

$$3 \times 20 - 1 = 59$$

$$59 \div 196 = 0.30102040816$$

$$0.0043362776 \div 196 \div 2.3 = 0.00000961906$$

$$0.30102040816 + 0.00000961906 =$$

$$\log_{10} 2 \doteq 0.30103002722 \text{ となりました。}$$

精度の良い数値をさがします。

$$2^{10} = 1024 = 1.024 \times 10^3$$

$$\textcircled{20} \quad 1.60693804417$$

$$\textcircled{97} \quad 9.97920154602$$

$$\textcircled{194} \quad 99.5844634927$$

$$\textcircled{214} \quad 160.02606299$$

$$\textcircled{214} \div 16 = 10.0016289368$$

$$10 \times 214 - 4 = 2136$$

$$3 \times 214 + 1 = 643$$

$$643 \div 2136$$

$$0.30102996254$$

$$0.00016289368 \div 2136 \div 2.3$$

$$+ \quad 0.00000003315$$

$$0.30102999569$$

$$\log_{10} 2 \doteq 0.30102999569 \text{ を使って}$$

$$= 0 + (3, 3, 9, 2, 2, 4, 6, 2, 1, 1, \dots)$$

$$\begin{array}{cccccccc} 3 & 3 & 9 & 2 & 2 & 4 & 6 & \end{array}$$

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{28}{93} \quad \frac{59}{196} \quad \frac{146}{485} \quad \frac{643}{2136} \quad \frac{4004}{13301}$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333333333$$

$$\frac{3}{10} = 0.3$$

$$\frac{28}{93} = 0.30107526881$$

$$\frac{59}{196} = 0.30102040816$$

$$\frac{146}{485} = 0.30103092783$$

$$\frac{643}{2136} = 0.30102996254$$

$$\frac{4004}{13301} = 0.30102999774$$

$$2^3 = 0.8 \times 10^1$$

$$2^{10} = 1.024 \times 10^3$$

$$2^{93} = 0.990352031408 \times 10^{28}$$

$$2^{196} = 1.0043362776 \times 10^{59}$$

$$2^{485} = 0.998959535828 \times 10^{146}$$

$$2^{2136} = 1.0001628936 \times 10^{643}$$

$$2^{13301} = 0.999936277976 \times 10^{4004}$$

$\log_{10} 2$ との差を求めます。

$$\frac{1}{3} - \log_{10} 2 = 0.03230333767 \quad a_1$$

$$\frac{3}{10} - \log_{10} 2 = -0.00102999566 \quad a_2$$

$$\frac{28}{93} - \log_{10} 2 = 0.00004527315 \quad a_3$$

$$\frac{59}{196} - \log_{10} 2 = -0.0000095875 \quad a_4$$

$$\frac{146}{485} - \log_{10} 2 = 0.00000093217 \quad a_5$$

$$\frac{643}{2136} - \log_{10} 2 = -0.00000003312 \quad a_6$$

$$\frac{4004}{13301} - \log_{10} 2 = 0.00000000208 \quad a_7$$

数値がより小さい場合はまず逆数にします。

$$(1 \div 0.8 - 1) \div 3 \quad 0.08333333333 \quad b_1$$

$$(1.024 - 1) \div 10 \quad 0.0024 \quad b_2$$

$$(1 \div 0.99035203141 - 1) \div 93 \quad 0.00010475224 \quad b_3$$

$$(1.0043362776 - 1) \div 196 \quad 0.00002212386 \quad b_4$$

$$(1 \div 0.99895953583 - 1) \div 485 \quad 0.00000214752 \quad b_5$$

$$(1.0001628936 - 1) \div 2136 \quad 0.00000007626 \quad b_6$$

$$(1 \div 0.99993627798 - 1) \div 13301 \quad 0.00000000479 \quad b_7$$

$$\log_e 10 = 2.302585092994046$$

$$b_1 \div a_1 \quad 2.57971278947$$

$$b_2 \div a_2 \quad 2.33010690549$$

$$b_3 \div a_3 \quad 2.31378289339$$

$$b_4 \div a_4 \quad 2.30757340286$$

$$b_5 \div a_5 \quad 2.30378579014$$

$$b_6 \div a_6 \quad \underline{2.30253623188}$$

$$b_7 \div a_7 \quad \underline{2.30288461538}$$