武田 利一 様

2015.5.3

林 邦英

5月の風は4年前を思い出させます。山崎川の新緑を楽しんでいます。

1÷23についてのレポートの説明をつけ加えました。

九州と四国の方より質問をいただきました。

①P.1について「同じ数字を2度書かないですぐ0をつけてもいいのではないでしょうか。」

これは、私のこだわりかもしれません。「研究レポート」(2004.7.19)のA(P.4)で6進法の計算を示しました。この方法は、今から45年前に名古屋市立北山中学校の数学の先生に教えていただきました。

②P.6について「Midyの定理とはどのようなものでしょうか。」

ネットで調べると、富山大学の方の論文がみつかります。「循環小数」で私は調べました。

「数の世界－整数論への道」（和田秀男著
岩波書店 1981年）のP.18～P.21に、
素数の2分割和について書かれています。

まだまだ説明不足の点があると思います。
もしよろしければ、お知らせ下さい。

お体に気をつけて下さい。

筆算による 1÷23の計算（部分）

```
       0.04347826
23 ) 1
     0
     1
     10
      0
     10
     100
      92
        8
       80
       69
       11
       110
        92
        18
        180
        161
         19
         190
         184
           6
          60
          46
          14
          140
          138
            2
           20
```

小さい割り算が組み合わさって、大きな割り算になっています。

```
      3
23 ) 80
     69
     11
```

```
       4
23 ) 110
      92
      18
```

なぜ23を使ったかの理由は23は素数で循環節は（23－1）の22桁になり、しかも7よりも循環節が長く、あまりを観察するのに適していると思ったからです。

筆算による 1÷23の計算（部分）

1 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

```
          0.04347826
    23 )  1.00000000
        - 0
          1
×10       1 0
        -   0
          1 0
×10       1 0 0
        -   9 2
              8
×10       0.0 8 0
        -     6 9
              1 1
×10       0.0 1 1 0
          -     9 2
                1 8
×10       0.0 0 1 8 0
          -     1 6 1
                  1 9
×10       0.0 0 0 1 9 0
            -     1 8 4
                      6
×10       0.0 0 0 0 0 6 0
                -     4 6
                      1 4
×10       0.0 0 0 0 0 1 4 0
                -     1 3 8
                          2
×10       0.0 0 0 0 0 0 0 2 0
```

0 × 23 =	0
1 × 23 =	23
2 × 23 =	46
3 × 23 =	69
4 × 23 =	92
5 × 23 =	115
6 × 23 =	138
7 × 23 =	161
8 × 23 =	184
9 × 23 =	207

① 筆算の原理である「位取り」をはっきりさせるために、たての線を加えました。

② 左の「×10」と上の「÷10」を対応させました。

③ 青で小数点と「0」をつけ加えました。

④ 0×23より9×23の表をあらかじめたし算によって作りました。計算が簡単になります。

$1 \div 23$

.0	$1 = 0 \times 23 + 1$		$\times 10 = 10$
0	$10 = 0 \times 23 + 10$		$\times 10 = 100$
4	$100 = 4 \times 23 + 8$		$\times 10 = 80$
3	$80 = 3 \times 23 + 11$		$\times 10 = 110$
4	$110 = 4 \times 23 + 18$		$\times 10 = 180$
7	$180 = 7 \times 23 + 19$		$\times 10 = 190$
8	$190 = 8 \times 23 + 6$		$\times 10 = 60$
2	$60 = 2 \times 23 + 14$		$\times 10 = 140$
6	$140 = 6 \times 23 + 2$		$\times 10 = 20$
0	$20 = 0 \times 23 + 20$		$\times 10 = 200$
8	$200 = 8 \times 23 + 16$		$\times 10 = 160$
6	$160 = 6 \times 23 + 22$		$\times 10 = 220$
9	$220 = 9 \times 23 + 13$		$\times 10 = 130$
5	$130 = 5 \times 23 + 15$		$\times 10 = 150$
6	$150 = 6 \times 23 + 12$		$\times 10 = 120$
5	$120 = 5 \times 23 + 5$		$\times 10 = 50$
2	$50 = 2 \times 23 + 4$		$\times 10 = 40$
1	$40 = 1 \times 23 + 17$		$\times 10 = 170$
7	$170 = 7 \times 23 + 9$		$\times 10 = 90$
3	$90 = 3 \times 23 + 21$		$\times 10 = 210$
9	$210 = 9 \times 23 + 3$		$\times 10 = 30$
1	$30 = 1 \times 23 + 7$		$\times 10 = 70$
3	$70 = 3 \times 23 + 1$		$\times 10 = 10$
0	$10 = 0 \times 23 + 10$		$\times 10 = 100$
4	$100 = 4 \times 23 + 8$		$\times 10 = 80$
B	$A = B \times 23 + C$		$C \times 10 = A'$

計算のと中の"あまり②"に着目して、続きを求める方法

① 　0 4 3 4 7 8 2 6
　+0 4 3 4 7 8 2 6

② 　0 8 6 9 5 6 5 2

① 　0 4 3 4 7 8 2 6 0 8 6 9 5 6 5 2
　+0 4 3 4 7 8 2 6 0 8 6 9 5 6 5 2

② 　0 8 6 9 5 6 5 2 1 7 3 9 1 3 0 4

① 　0 8 6 9 5 6 5 2 1 7 3 9 1 3 0 4
(2) +0 8 6 9 5 6 5 2 1 7 3 9 1 3 0 4

② 　1 7 3 9 1 3 0 4 3 4 7 8 2 6 0 8

(4)

$1 \div 23 = 0.\dot{0}434782608695652173913\dot{}$

$1 \div 23 = 0.\dot{0}4347826086$
$95652173 9 1\dot{3}$

① 割り算の計算の続きを「たし算」で計算してみました。「くり上がり」に注意する必要があります。

〔1÷7の例〕

$1 \div 7 = 0.\dot{1}4285\dot{7}$

(3, 2, 6, 4, 5, 1)

$$\begin{array}{r} 14 \\ +\ 14 \\ \hline 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ +\ 28 \\ \hline 56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 56 \\ +\ 56 \\ \hline 112 \end{array} \quad \begin{array}{r} 112 \\ +\ 112 \\ \hline 224 \end{array} \quad \begin{array}{r} 224 \\ +\ 224 \\ \hline 448 \end{array}$$

$$\begin{array}{lr} & 142856 \\ & 112 \\ & 224 \\ + & 448 \\ \hline & 142857428 \end{array}$$

② Midy の定理を使います。

$23 - 1 = 22 \quad 22 \div 2 = 11$

$$\begin{array}{r} 04347826086 \\ 95652173913 \\ 99999999999 \end{array}$$

あまり（部分）を使って

〔×1〕

1, 10, 8, 11, 18, 19, 6,

〔×2〕

(−23) (−23)

2, 20, 16, 22, 13, 15, 12,

〔×3〕

3, 7, 1, 10,

〔×4〕

4, 17, 9, 21, 3, 7,

〔×5〕

5, 4, 17,

〔×6〕

6, 14, 2, 20,

〔×12〕

12, 5, 4.

あまりの続きを求めます。始めの7つの数値を使った例を書きました。

1, 10, 8, 11, 18, 19, 6,

(× 2)

2, 20, 16, 22, 36, 38, 12,

(23よりも大きくなったら、引けるだけ引きます。)

36 − 23 = 13

38 − 23 = 15

[×2]

2, 20, 16, 22, 13, 15, 12,

数字をつなげるとあまりの数列を作ることができます。あまりの数列の一周期のなかで1から22までの数字は1度しかあらわれないからです。

N÷23の表（部分）

10桁電卓を使用しました。

		順番
1÷23 =	0.0434782260	0
2÷23 =	0.0869565521	8
3÷23 =	0.1304347782	20
4÷23 =	0.1739130043	16
5÷23 =	0.2173913304	15
6÷23 =	0.2608695565	6
7÷23 =	0.3043478826	21
8÷23 =	0.3478260086	2
9÷23 =	0.3913043347	18
10÷23 =	0.4347826608	1
11÷23 =	0.4782608869	3
12÷23 =	0.5217391130	14
13÷23 =	0.5652173891	12
14÷23 =	0.6086956652	7
15÷23 =	0.6521739913	13
16÷23 =	0.6956521173	10
17÷23 =	0.7391304434	17
18÷23 =	0.7826086695	4
19÷23 =	0.8260869956	5
20÷23 =	0.8695652217	9
21÷23 =	0.9130434478	19
22÷23 =	0.9565217739	11

順番は1からではなく0から始めます。理由はP.11の観察がしやすいからです。

10

$1 \div 23 = 0.\dot{0}4347826086$
$95652173913\dot{3}$

計算のと中のあまりの順番

0	1	2	3	4	5	6
1	10	8	11	18	19	6
7	8	9	10	11	12	13
14	2	20	16	22	13	15
14	15	16	17	18	19	20
12	5	4	17	9	21	3
21	22					
7	1					

計算のと中のあまりの順番を使って

2 + 8	=	10				
8 × 2	=	16				
8 + 8	=	16				
2 × 2	=	4				
2 + 6	=					8
8 × 6	=	48	=	23 × 2 +		2
3 + 6	=					9
11 × 6	=	66	=	23 × 2 +		20
15 + 16	=	31	=	22 × 1 +		9
5 × 4	=					20
16 + 20	=	36	=	22 × 1 +		14
4 × 3	=					12
10 + 10	=					20
16 × 16	=	256	=	23 × 11 +		3

2 + 8 = 10 の場合により
8 + 8 = 16 は
2+2=4ではなく
2×2=4であることがわかります。

電卓を使った尺取虫法

10桁の電卓を使いました。

$\boxed{1} \div 23 = 0.0434\underline{782}6$

$\underline{282} \times 23 = 17\underline{986}$

$1000 - \underline{986} = \boxed{14}$

$\boxed{14} \div 23 = 0.60869\underline{565}2$

$\underline{565} \times 23 = 12\underline{995}$

$1000 - \underline{995} = \boxed{5}$

$\boxed{5} \div 23 = 0.21739\underline{130}4$

$\underline{130} \times 23 = 2\underline{990}$

$1000 - \underline{990} = \boxed{10}$

$\boxed{10} \div 23 = 0.434782608$

$913 \times 23 = 20999$ ⎫ 同じ数字列が出てきたのであまり1をたしかめ周期Aを決定する。

$1000 - 999 = \boxed{1}$ ⎭

$1 \div 23 = 0.\dot{0}4347826086956$
$52173913\dot{3}$

電卓を使って割り算をする場合の問題点は2つあります。

① 有効桁数しか商が表示されません。

この問題を解決するために「電卓を使った尺取虫法」を考えました。計算を続けるために必要な場所だけ、計算のと中のあまりを求めました。1÷Nの表を作って観察しようとした必要性にせまられて作りました。

12

② 計算のと中のあまりが表示されません。

しかし、N÷23の表(部分)をよく観察するとこの問題を解決することができました。商をよく見ると、数字が1桁ずつずれていることがわかります。1÷23の次にくるのは、10÷23でその次にくるのは8÷23です。0から順番に番号をつけました。計算のと中のあまりがわかります。

9

截約術

計算のと中のあまりを求める方法が2つわかりました。$\boxed{10}$と$\boxed{11}$では、計算のと中のあまりの順番を使って観察しました。大きな数で割る計算を何人かで分担して行う方法を江戸時代の和算家は考えました。どのような方法で思いついたのか興味がわきます。最初の一歩はとても大変だと思うからです。

$\boxed{4}$では割り算を少しちがった見方で表現してみました。商は左側にたてに並んでいます。計算のと中のあまりは中ほどにたてに並んでいます。横の一列が計算の一行程です。