

武田 利一様

2014.10.8

林 邦英

秋も深まってきました。朝夕は冷えこみます。お体に気をつけて下さい。

レポート(2014.8.10)の問題2の持つ意味をはきりさせるために、 $\sin 1^\circ$ の求め方について整理しました。

① ヒッパルコスさんの考え

小さい角度なので、 $\sin 1^\circ$ を円弧で近似します。

$$\sin 1^\circ \approx \pi \div 180$$

$$\approx 0.017453292$$

② プトレマイオスさんの考え

$\sin 1.5^\circ$ と $\sin 0.75^\circ$ は求めることができないので、不等式をはさみこみます。

$$\textcircled{P} \quad \frac{2}{3} \sin 1.5^\circ < \sin 1^\circ < \frac{4}{3} \sin 0.75^\circ \textcircled{Q}$$

$$\textcircled{P} \quad 0.017451298$$

$$\textcircled{Q} \quad 0.017452794$$

③ 問題2 の考え方

$\tan 1.5^\circ$ と $\pi$ の数値を使います。

④ 今日の考え方

数値は $\pi$ だけを使います。

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040} + \dots$$

$$\sin 1^\circ \text{ の場合は } x = \frac{\pi}{180}$$

$$\sin 2^\circ \text{ の場合は } x = \frac{\pi}{90}$$

を代入します。

③の考え方は、②と④の考え方の中間のものであることがわかります。

また精度も① → ④に向けて良くなってゆきます。中間であることをうらづけます。

問題1についてですが、あまりにうまく説明できないので、どのように位置づけようかまよっています。

1 と COS の差を角度を変えて調べます。

比を調べるとわかることは？

$$1 - \cos 3^\circ \\ 1.370465245 \times 10^{-3}$$

$$\textcircled{3} \div \textcircled{1.5} \\ 3.999314654$$

$$1 - \cos 1.5^\circ \\ 3.42675024 \times 10^{-4}$$

$$\textcircled{1.5} \div \textcircled{0.75} \\ 3.99982865$$

$$1 - \cos 0.75^\circ \\ 8.5672426 \times 10^{-5}$$

$$\textcircled{0.75} \div \textcircled{0.375} \\ 3.99995714$$

$$1 - \cos 0.375^\circ \\ 2.1418336 \times 10^{-5}$$

4を割ってわかることは？

$$\textcircled{3} \div \textcircled{1.5} \\ 1.000171366$$

$$\textcircled{1.5} \div \textcircled{0.75} \\ 1.000042839$$

$$\textcircled{0.75} \div \textcircled{0.375} \\ 1.000010715$$

[問題1]

$(S+T) \div 4$  が  $\tan$  の半角  
 $(3S+T) \div 8$  が  $\sin$  の半角  
 を近似する理由を説明して下さい。

[問題2]

$\tan 1.5^\circ = 0.026185921$   
 $\pi = 3.141592654$   
 を使って  $\sin 1^\circ$  と  $\tan 1^\circ$  を  
 求めて下さい。