武田 利一 様

2013.11.25

林 邦英

山崎川の紅葉を楽しんでいます。じきに枝ばかりになります。一年を通して見る桜の木は、周期を教えてくれます。
「グラフ用紙で『三平方の定理』考察」についての説明文を書いてみます。もっと良いものがあると思いますので、お知らせ下さい。

直角二等辺三角形に区切られた平面を想定します。1つの三角形からこの平面について観察します。3辺の間の規則性は、辺の長さではなく、各辺の長さの正方形の面積によって説明できることがわかります。
直交する格子で区切られた平面を想定します。格子は等間隔でしきられ、巾を単位とします。単位の整数倍の半径の円をたくさん書き、「交点」を調べます。最初にであうのは、半径が、単位の5倍の時です。次にであうの

は、13倍の時です。作図による計算によって得られた「数値」を調べます。

$1^2+1^2=2$

$3^2+4^2=9+16=25=5^2$

$5^2+12^2=25+144=169$
$=13^2$

直角二等三角形の3辺の関係と同じ性質をもつ整数比の直角三角形があることがわかります。同時に、新たな問題も発生します。平方すると2になる数です。三平方の定理を一般化する上で、分数では表わすことのできない数（無理数）を認める必要がありました。

「無理数の発見の歴史」（nara-edu）を、Webの検索で見ることができます。詳しく書かれています。

三平方の定理は、「ユークリッド原論」（共立出版）の〔1－47〕で美しく証明されています。

なぜ、三平方の定理をテーマとしたのかの理由を少し書きます。

デカルトさんの「規則」の規則第十六でテーマとしているからです。P.124〜P.125より少し引用します。

「これらすべてをさらに明晰に理解するには、第一に次のことを注意すべきである。計算家たちは一々の量を、単位の数によって、換言すれば或る数によって、表示する習わしであるが、われわれは、ここでは、先刻言ったさまざまな幾何学的図形やその他すべてのものと同様、そういう数そのものをもまた、捨象するのである。かくするわけは、長い無益な計算の退屈さを避けるためであり、また特に、困難の本質に関係ある主体の部分が、常に判明に示され、無益な数字に包みこまれてしまわぬようにするためでもある。例えば、直角三角形において」

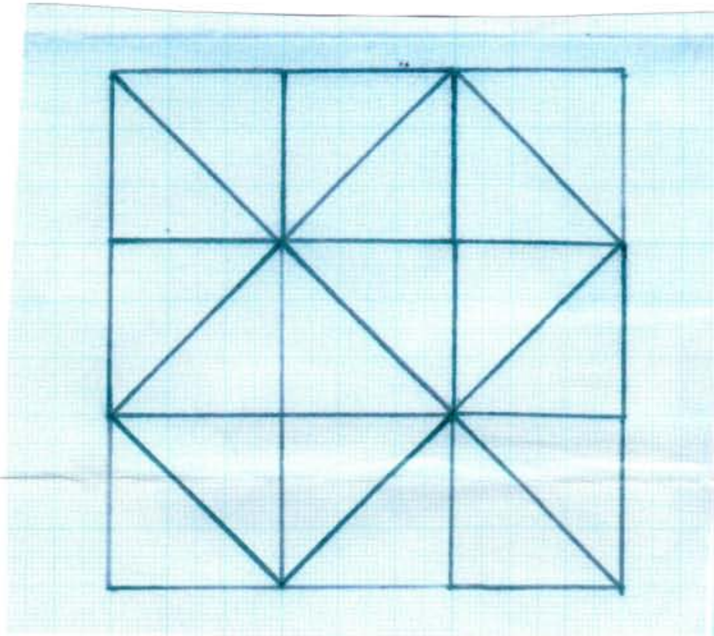
続きは、本を読んで下さい。文字式のもつ意味について、書かれています。

格子上に円を書いて得られる交点（整数解）より、別の作図をすることができます。8月のレポートの図④です。ユークリッド原論の〔6－8〕，〔6－13〕に「比例中項」の原理と作図法が書かれています。デカルトさんの「規則」の中でも、2カ所で書かれています。デカルトさんの「幾何学」（ちくま学芸文庫）では、〔平方根の抽出〕P.008～P.009で示されています。比例中項が、平方根に変わっています。図④では、2：4：8の図を示しましたが、1：3：9をつけ加えていただければ、ちがいがわかると思います。私が比例中項に関心をもったのは、ガリレオさんの「新科学対話」（岩波文庫）の（下）P.148～P.151で、抛物線について、2つのことが書かれていたからです。1つは、接線についてです。もう1つは、圓錐の截り口についてです。この証明で、比例中項の原理を利用していたからです。

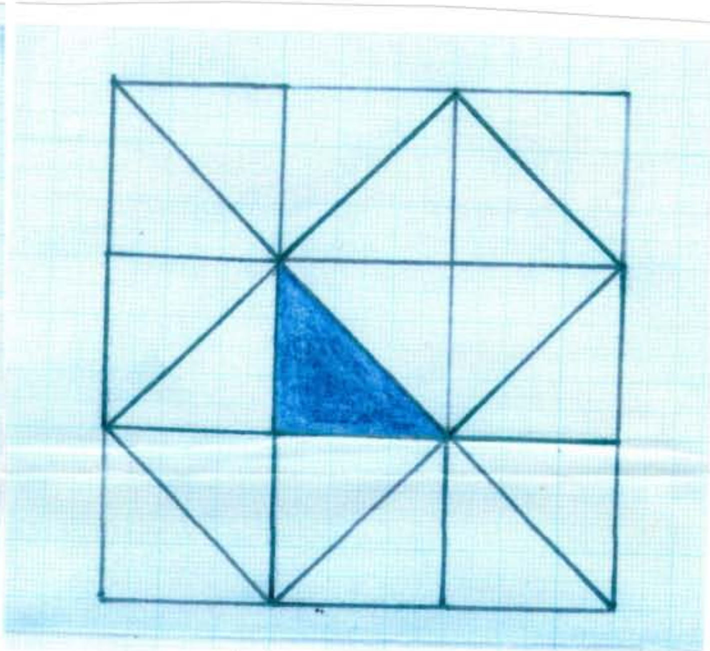
中公新書より「ガリレオ－望遠鏡が発見した宇宙」（伊藤　和行著）が出版されたのでさっそく読みました。技術者としてのガリレオさんのことを知りました。観察によって得られた資料から何がわかるのかについて詳しく書かれた良い本だと思いました。金星のところが気に入りました。「マグマの地球科学」（鎌田　浩毅著　中公新書　２００８年）と読みくらべています。
「フェルマーの最終定理」（新潮文庫　平成１８年）を読み直しています。

寒くなります。お体に気をつけて下さい。

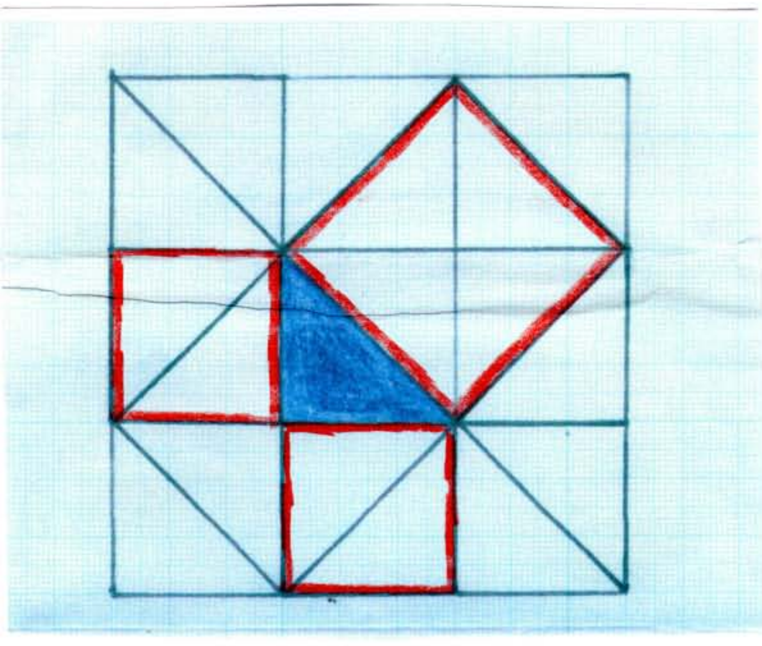
1



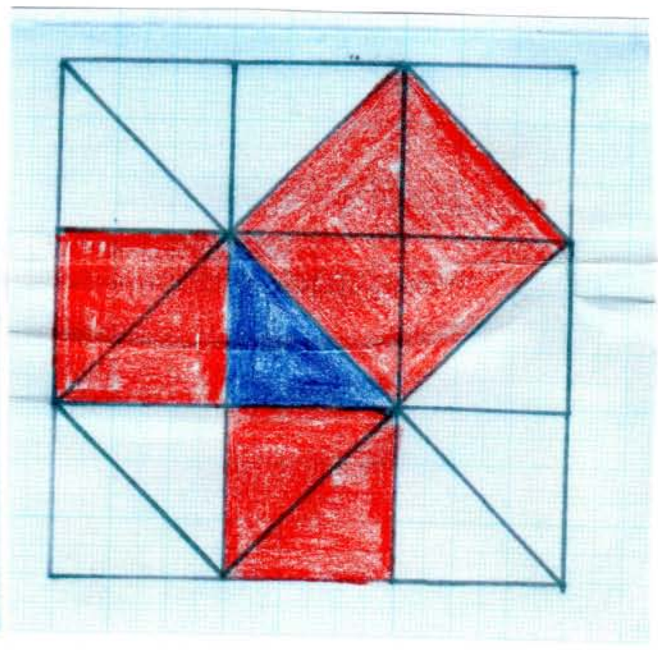
2



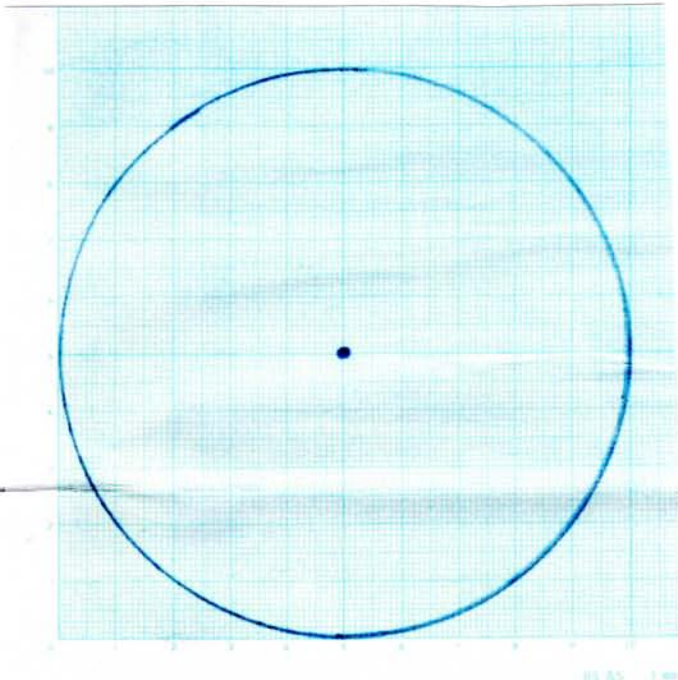
3



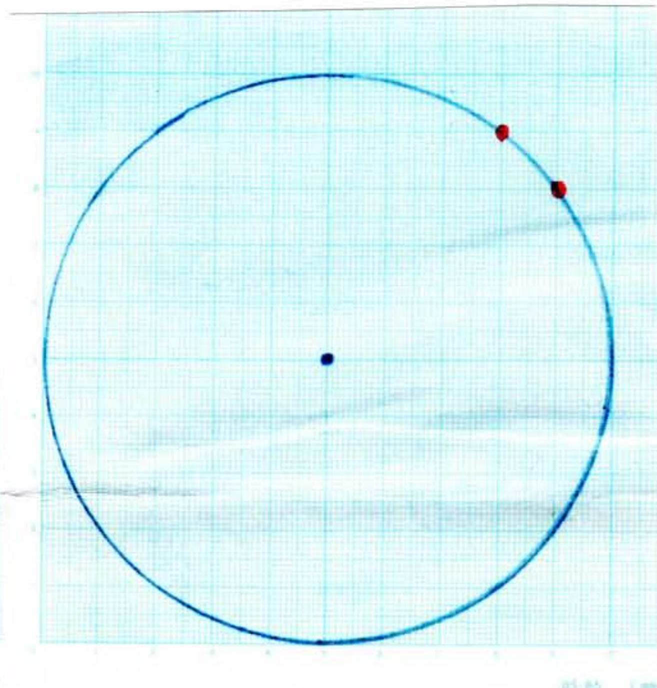
4



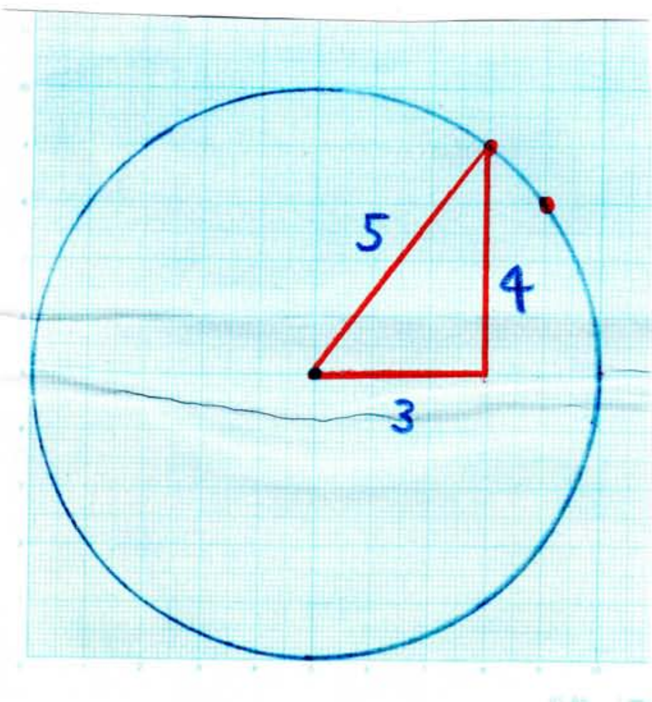
⑤



⑥



⑦



⑧