武田 利一 様

2012.12.27

林 邦英

パスカルの三角数を調べました。P.2の式とP.4の式がよく似ているからです。

☆解析序説(ちくま学芸文庫)P.120より

「なかでもニュートンの補間公式は、(略)テイラーの公式を発見するいとぐちとなったようである。」

☆無限のなかの数学(岩波新書)P.100～P.101より

「この二項定理の一般化は、ニュートンが数学の研究をはじめる出発点ともなったのです。」

☆不思議な数eの物語(岩波書店)P.40～P.42より

「2項係数を求めるときパスカルの三角形を使うのには一つの難点がある:求めようとする数より上のすべての行を先に計算しておかなければならないので、このやり方ではれが

増大するとき必要な計算時間がどんどん増える。幸いなことに、パスカルの三角形によらないでこの係数を求める公式がある。

項 $a^{n-k}b^{k}$ を ${}_nC_k$ と書くとき、

$${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

である。」

気になったところを少しぬき出してみました。

２０１３年もよろしくお願いします。

私が郵便配達の仕事をしている清須市には「にしびの文化財」という本があります。

元西枇杷島小学校長の岡崎先生の指導のもとに住民の方が作ったもので、学校教材としても広く利用できることを目的としたものです。地方自治を考える上でとても大切なことを教えてくれます。

1

パスカルの三角数

1	N = 0
1 1	N = 1
1 2 1	N = 2
1 3 3 1	N = 3
1 4 6 4 1	N = 4
1 5 10 10 5 1	N = 5

N = 0 $(a+b)^0 = 1$

N = 1 $(a+b)^1 = a+b$

N = 2 $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

N = 3 $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

N = 4 $(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

N = 5 $(a+b)^5 =$

$$a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

$$(a+b)^n = {}_nC_0a^n+{}_nC_1a^{n-1}b+{}_nC_2a^{n-2}b^2+\cdots+{}_nC_nb^n$$

2

0	0	0	0	1	$x=0$
0	0	0	1	1	$x=1$
0	0	1	2	1	$x=2$
0	1	3	3	1	$x=3$
1	4	6	4	1	$x=4$
$f_5(x)$	$f_4(x)$	$f_3(x)$	$f_2(x)$	$f_1(x)$	

$f_1(x) = 1$

$f_2(x) = \frac{1}{1!}x$

$f_3(x) = \frac{1}{2!}x(x-1)$

$f_4(x) = \frac{1}{3!}x(x-1)(x-2)$

$f_5(x) = \frac{1}{4!}x(x-1)(x-2)(x-3)$

$$(1+x)^a = 1+\frac{1}{1!}ax+\frac{1}{2!}a(a-1)x^2+\frac{1}{3!}a(a-1)(a-2)x^3$$
$$+\cdots$$

3

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$	$f_6(x)$
-7	1	-7	28	-84	210	-462
-6	1	-6	21	-56	126	-252
-5	1	-5	15	-35	70	-126
-4	1	-4	10	-20	35	-56
-3	1	-3	6	-10	15	-21
-2	1	-2	3	-4	5	-6
-1	1	-1	1	-1	1	-1
0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0
2	1	2	1	0	0	0
3	1	3	3	1	0	0
4	1	4	6	4	1	0
5	1	5	10	10	5	1
6	1	6	15	20	15	6
7	1	7	21	35	35	21

4

Newtonの式

$f_1(x) = f(x+1)-f(x)$

$f_2(x) = f_1(x+1)-f_1(x)$

$f_3(x) = f_2(x+1)-f_2(x)$

$\vdots$

$f_n(x) = f_{n-1}(x+1)-f_{n-1}(x)$

とおくと

$$f(x) = f(0)\cdot 1 + f_1(0)\cdot\frac{1}{1!}x$$
$$+ f_2(0)\cdot\frac{1}{2!}x(x-1)$$
$$+ f_3(0)\cdot\frac{1}{3!}x(x-1)(x-2)+\cdots$$
$$+ f_n(0)\cdot\frac{1}{n!}x(x-1)(x-2)\cdots(x-n+1)$$