

武田 利一 様

2012.9.15

レポート「分数のかけ算・わり割」のまちがいを直しました。もうしわけありません。小学生にあらわれます。

4マス比例関係図を使うことと、

$$P.3 \quad \frac{5}{7} \text{ kg} / \text{ m} \rightarrow \frac{5}{7} \text{ kg} / \text{ m}$$

と変化させることができました。計算を一般化する上と、とても大切なことだと思っています。

P.8 - P.9 の3つの例で、[1]が、左上、左下、右下にあっても、計算方法は同じになります。

P.5 - P.7 で、電卓を使わずに分数計算について書いてみました。もっとも簡単な方法を示します。

0.933333332 を分数に直す方法を示します。

$$0.933333332$$

$$+ = = = = = = = = = = = = = = = =$$

$$13.99999997 \doteq 14$$

$$15 \text{ 回加えたのよ、 } \frac{14}{15}$$

となります。分母が大きくなると、計算が大変です。そこで出てくるのが、連分数を利用する方法です。

$$\frac{83}{71} = 1.169014084$$

を使います。

$$1.169014084$$

$$-1 = \div =$$

$$-5 = \div =$$

$$-1 = \div = 11.00000253$$

$$\doteq 11$$

$$\textcircled{5}$$

$$\textcircled{1}$$

$$\textcircled{11}$$

$$\frac{1}{0} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{83}{71} \quad 83 = 7 \times 11 + 6$$

$$71 = 6 \times 11 + 5$$

$$\{1\}$$

$$\frac{71}{83} = 0.855421686$$

を使います。

$$0.855421686$$

$$\div =$$

$$-1 = \div =$$

$$-5 = \div =$$

$$-1 = \div = 10.99999756$$

$$\div 11$$

⑤ ① ⑪

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{71}{83}$$

[1]

$\frac{0}{1}$ は1より小さい場合

$\frac{1}{0}$ は1より大きい場合

$$1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{11}}} =$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{11}}}} =$$

を下から1つづつ計算するよりも、少ない
計算量ですみます。

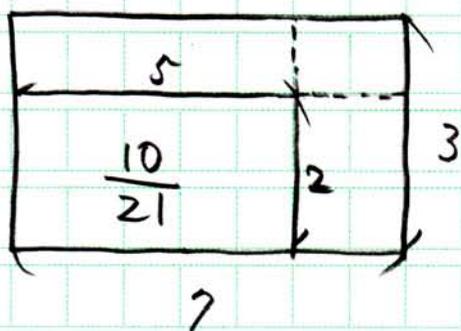
分数の計算問題を検算する場合に使うこと
ができます。

P. 10 - P. 11 で、グラフ用紙を使って図
で考えてみました。

$$\frac{3}{4} = 0.75 \quad \frac{3}{5} = 0.6 \quad \frac{4}{5} = 0.8$$

量を表わす方法としての分数と小数を考へるために、 $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ を作図してみました。

0.476190476 は、10 cm を 1 とした時に、赤い線を示されます。



面積を使って表わす場合とは、ちがった顔を見せてくれました。

小学校で学ぶ、小数と分数は奥が深いテーマだと思っています。

「いかにして問題をとくのか」 G. ポリア著 (丸善出版) の P. 55 で、デカルトさんの「精神指導の法則」が紹介されているのが気になりました。

分数のかけ算・わり算

(4マス比例関係図を使って)

大阪府内の小学校の「花まる先生」より、手紙と資料をいただきました。ありがとうございます。

私なりに読みとったこと、考えたことについて、少し書いてみます。未完成のものになりそうです。むしろわけありません。

[問題1]

1mで $\frac{5}{7}$ kgの鉄の棒があります。

この棒 $\frac{2}{3}$ mの重さは何kgでしょうか。

[問題2]

1mで $\frac{5}{7}$ kgの鉄の棒があります。

この棒 $\frac{2}{3}$ kgの長さは何mでしょうか。

3文字の違いで……

この分析から始まっています。

[問1]は、

$$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21} \quad \text{答 } \frac{10}{21} \text{ kg}$$

を求めることができます。

$$\frac{5}{7} \text{ kg/m} \times \frac{2}{3} \text{ m} = \frac{10}{21} \text{ kg}$$

単位をつけると m がなくなり kg が残るこ
とがよくわかります。

[問2]は、工夫がいります。

1m	xm
$\frac{5}{7}$ kg	$\frac{2}{3}$ kg

4マス比例関係図
を使って表わすと
左のようになります。

[問1]の場合とくらべてみます。

$\frac{5}{7}$ kg	xkg
1m	$\frac{2}{3}$ m

もう一度[問1]について考えてみます。

$$\frac{\frac{5}{7} \text{ kg} \times \frac{2}{3} \text{ m}}{1 \text{ m}} = \frac{5}{7} \text{ kg} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21} \text{ kg}$$

単位量 $\frac{5}{7} \text{ kg/m}$

$$\frac{\frac{5}{7} \text{ kg}}{1 \text{ m}}$$

と変化したものを示す。

数値計算上、 $\{ \div 1 \}$ はふつうは無視しますが、

$\{ \div 1 \text{ m} \}$ となると意味は変わります。

問1では、

右上に未知数 x kg をおき、

上段に kg 下段に m と単位をそろえました。

計算方法は(左上)×(右下)÷(左下)です。

単位に着目するとこの方法の意味がわかります。

同様にして、[問2]について考えてみます。

1m	xm
$\frac{5}{7}$ kg	$\frac{2}{3}$ kg

$$\begin{aligned} \frac{1 \text{ m} \times \frac{2}{3} \text{ kg}}{\frac{5}{7} \text{ kg}} &= \frac{2}{3} \text{ m} \div \frac{5}{7} \\ &= \frac{2}{3} \text{ m} \times \frac{7}{5} \\ &= \frac{14}{15} \text{ m} \end{aligned}$$

kg は消えて、m が残ります。

計算方法は(左上)×(右下)÷(左下)です。

計算方法は(一般化)されています。

4マス比例関係図のすぐれた性質を示しています。

小数を使って考えてみます。電卓を使います。

[問1]について

1mで 0.714285714 kgの鉄の棒
があります。

この棒 0.666666666 mの重さは
何kgでしょうか。

10桁の電卓を使っています。

$$5 \div 7 \times 2 \div 3 = 0.476190476$$

[問2]について

1mで 0.714285714 kgの鉄の棒があります。

この棒 0.666666666 kgの長さは何mでしょうか。

$$2 \div 3 \times 7 \div 5 = 0.933333332$$

小数を分数に直す方法は、江戸時代の和算では、

「零約術」と呼ばれていました。久留島義太さんの

「平才零約術」の中にも使われています。

0.476190476 を分数に直します。

$$0.476190476 \div = 2.1$$

$$2.1 - 2 = 0.1$$

$$0.1 \div = 10$$

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \textcircled{10} \quad \frac{10}{21} \quad \begin{array}{l} 10 = 1 \times 10 + 0 \\ 21 = 2 \times 10 + 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{10}} = \frac{1}{\frac{21}{10}} = \frac{10}{21}$$

0.933333332 を分数に直します。

$$0.933333332 \div = 1.071428572$$

$$-1 \div = 13.99999988$$

$$\div 14$$

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \textcircled{14} \quad \frac{14}{15} \quad \begin{array}{l} 14 = 1 \times 14 + 0 \\ 15 = 1 \times 14 + 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{14}} = \frac{1}{\frac{15}{14}} = \frac{14}{15}$$

資料 1, 2 に7つの問題がありました。3問を示します。

4マス比例関係図のすばらしさを確かめてみます。

1-① 1mの重さが、 $\frac{3}{4}$ kgの鉄の棒があります。

この棒 $\frac{3}{5}$ kgの長さは何mになりますか。

1 m	x m
$\frac{3}{4}$ kg	$\frac{3}{5}$ kg

$$\frac{1 \text{ m} \times \frac{3}{5} \text{ kg}}{\frac{3}{4} \text{ kg}} = \frac{1 \times \frac{3}{5}}{\frac{3}{4}} \text{ m} = \frac{4}{5} \text{ m}$$

1-② 1ℓのガソリンで $9\frac{1}{7}$ km走る自動車は

$1\frac{1}{11}$ ℓでは何km走りますか。

$9\frac{1}{7}$ km	x km
1 ℓ	$1\frac{1}{11}$ ℓ

$$\frac{9\frac{1}{2} \text{ km} \times 1\frac{1}{11} \text{ l}}{1 \text{ l}} = \frac{64}{2} \times \frac{12}{11} \text{ km}$$

$$= \frac{268}{11} \text{ km}$$

$$= 9\frac{25}{11} \text{ km}$$

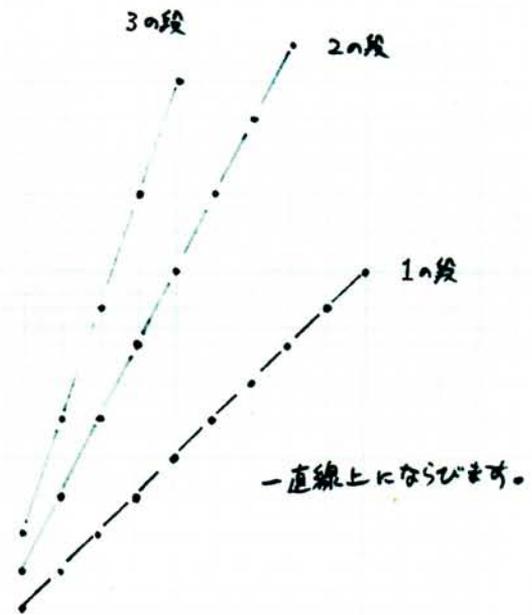
1-④ 米 $4\frac{2}{5} \text{ l}$ の重さをはかると $3\frac{2}{3} \text{ kg}$ ありました。この米 1 l の重さは何 kg ですか。

$3\frac{2}{3} \text{ kg}$	$x \text{ kg}$
$4\frac{2}{5} \text{ l}$	1 l

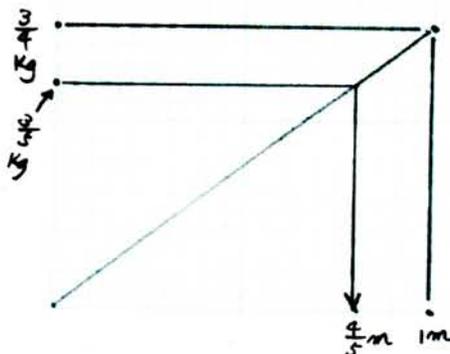
$$\frac{3\frac{2}{3} \text{ kg} \times 1 \text{ l}}{4\frac{2}{5} \text{ l}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{22}{5}} \text{ kg} = \frac{5}{6} \text{ kg}$$

単位がきもちよく出てくるので気をつけています。

グラフ用紙を使って図で考えてみます。
始めに九九の表を使います。



1-① を図で示します。



手紙と資料には、もっと多くのことが書かれています。小学生と向きあう現場の意見を読みこむことができなく、むしろわけなく思っています。整数では表わすことのできない、はんぱな数を表現する方法に分数と小数があります。数学において、この2つの方法を知らないと意味について、むしろしければお知らせ下さい。

$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3}$ の作図

