

武田 利一様

2011.2.6

林 邦英

立方根の区間近似式を作りました。区間は1から8です。8以上はあらかじめ8で割、てあとで2倍します。27以上は27で割、てあとで3倍します。

$$\sqrt[3]{1+a} \approx 1 + \frac{a}{3+a}$$

の式で a が1より大きい場合に補正します。

$\sqrt[3]{2.5}$ の場合は $2.5 - 1 = 1.5$

$$1 + \frac{1.5}{3 + 1.5 - \frac{0.5}{2}}$$

$$= 1 + \frac{1.5}{4.5 - 0.25}$$

$$= 1 + \frac{1.5}{4.25}$$

3乗すると 2.485665952

(補正する前 2.370370367)

立方根を求める場合の初期値を求める場合に
使えないかと思っています。もっと良い方
法があればお知らせ下さい。

$\sqrt[3]{2.5}$ の近似値を求める。

$$1.5 \div 4.25 + 1 =$$

$$x = \div 2.5 \div =$$

$$- 1 = M + + 3 =$$

$$\div RM \div = + 1 = CM M+$$

$$1.5 \div 4.25 + 1 =$$

$$x RM =$$

$$1.357208779$$

$$x = = 2.499999837$$

$$2.5^{(1 \div 3)} =$$

$$1.357208808$$

$\sqrt[3]{N}$ ($1 < N < 8$) の区間近似式

$$\sqrt[3]{1+a} \approx 1 + \frac{a}{3+a}$$

の式は a が大きくなると誤差が大きくなります。

$\sqrt[3]{5}$ の場合は $5 = 1 + 4$ だから

$$1 + \frac{4}{3+4} = \frac{11}{7}$$

3乗すると、3.880466467

分母を小さくする必要があります。

$\sqrt[3]{8}$ の場合は $8 = 1 + 7$ だから

$$1 + \frac{7}{3+7} = 1 + \frac{7}{10}$$

2にするためには、

$$1 + \frac{7}{10-3}$$

分母から 3を引く必要があります。

| $\sqrt[3]{N}$ | $\sqrt[3]{1+a}$ | (A) | (B) |
|---------------|-----------------|---------------------|---------------------|
| N | a | $1 + \frac{a}{3+a}$ | 補正式 |
| 1 | 0 | $1 + \frac{0}{3}$ | $1 + \frac{0}{3}$ |
| 2 | 1 | $1 + \frac{1}{4}$ | $1 + \frac{1}{4}$ |
| 3 | 2 | $1 + \frac{2}{5}$ | $1 + \frac{2}{4.5}$ |
| 4 | 3 | $1 + \frac{3}{6}$ | $1 + \frac{3}{5}$ |
| 5 | 4 | $1 + \frac{4}{7}$ | $1 + \frac{4}{5.5}$ |
| 6 | 5 | $1 + \frac{5}{8}$ | $1 + \frac{5}{6}$ |
| 7 | 6 | $1 + \frac{6}{9}$ | $1 + \frac{6}{6.5}$ |
| 8 | 7 | $1 + \frac{7}{10}$ | $1 + \frac{7}{7}$ |

(A) と (B) を比べます。3乗します。

| N | (A) | (B) |
|---|-------|-------|
| 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1.953 | 1.953 |
| 3 | 2.744 | 3.014 |
| 4 | 3.375 | 4.096 |
| 5 | 3.880 | 5.153 |
| 6 | 4.291 | 6.162 |
| 7 | 4.630 | 7.112 |
| 8 | 4.913 | 8 |

(B) の補正式 ($1 < a < 7$)

$$1 + \frac{a}{3+a - \frac{a-1}{2}}$$

$\sqrt[3]{N}$ ($1 < N < 8$)

を直線で近似します。

$$8-1 = 7$$

| N | 3乗すると |
|---|----------------------|
| 2 | $\frac{8}{7}$ 1.493 |
| 3 | $\frac{9}{7}$ 2.125 |
| 4 | $\frac{10}{7}$ 2.915 |
| 5 | $\frac{11}{7}$ 3.880 |
| 6 | $\frac{12}{7}$ 5.038 |
| 7 | $\frac{13}{7}$ 6.405 |

(B) の補正式の精度の良いたがわかります。