

武田 利一様

2010.4.9

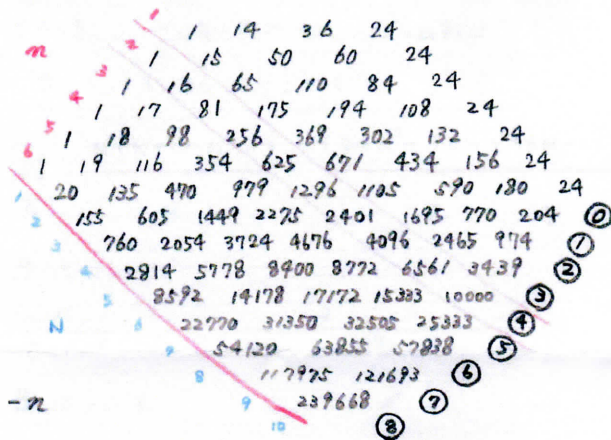
林 邦英

第5章 三角数、台形数について(案)の
続きを書きました。

$D(1, 30, 150, 240, 120)$ - n についてを
作るにあたり、 c, d, e の係数を決定する
ために多くの数値計算を必要としました。今
後の課題です。

北海道の加藤 秀隆さんにいただいた手紙
を参考にさせていただきました。ありがとう
ございます。

台形数 $D(1, 14, 36, 24) - n$ の構造



- $-n$
- (1) $\frac{1}{3!} (24N^3 - 36N^2 + 24N - 6)$
 - (2) $\frac{1}{4!} N (24N^3 + 0 + 0 + 0)$
 - (3) $\frac{1}{5!} N(N+1)(24N^3 + 36N^2 + 4N - 4)$
 - (4) $\frac{1}{6!} N(N+1)(N+2)(24N^3 + 72N^2 + 36N - 12)$
 - (5) $\frac{1}{7!} N(N+1)(N+2)(N+3)(24N^3 + 108N^2 + 96N - 18)$
 - (6) $\frac{1}{8!} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(24N^3 + 144N^2 + 184N - 16)$

台形数の一般項を表わす式の3つの部分

$D(1, 14, 36, 24) - 4$

$\frac{1}{6!} \frac{N(N+1)(N+2)}{A} \frac{(24N^3 + 72N^2 + 36N - 12)}{C}$

A B C
A について

$\frac{1}{(n+2)!} \frac{1}{(n+Dの項数-2)!}$

B について

$n = p \quad N(N+1)(N+2) \dots (N+p-2)$
 $n = 1 \quad 1 \quad n = 2 \quad N \quad n = 3 \quad N(N+1)$

C について $aN^3 + bN^2 + cN + d$

- $a = 24$ 定数
- $b = 36n - 72$ 一次式
- $c = 14n^2 - 66n + 76$ 二次式
- $d = 1n^3 - 11n^2 + 32n - 28$ 三次式

$D(2, 3, 4) - n$

- $-n$
- (1) $\frac{1}{2!} (4N^2 - 6N + 6)$
 - (2) $\frac{1}{3!} N(4N^2 - 3N + 11)$
 - (3) $\frac{1}{4!} N(N+1)(4N^2 + 0 + 20)$
 - (4) $\frac{1}{5!} N(N+1)(N+2)(4N^2 + 3N + 33)$
 - (5) $\frac{1}{6!} N(N+1)(N+2)(N+3)(4N^2 + 6N + 50)$

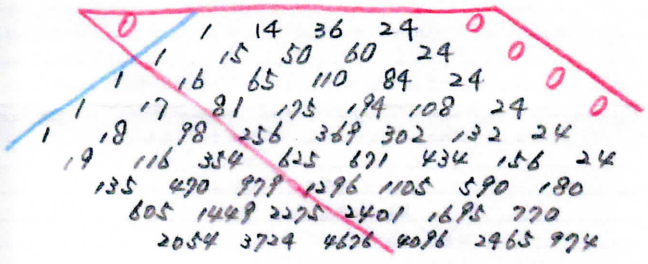
5	6	11	20	33	50	C=0
1	5	9	13	17		C=1
4	4	4	4			C=2

$(aN^2 + bN + c)$

- $a = 4$
- $b = 3n - 9$
- $c = 2n^2 - n + 5$
- $n=2$ が基準の式です。

台形数と階差数列

$D(1, 14, 36, 24) - n$



階差数列 M=4

0	1	16	81	256	625	1296	M-4-0
1	15	65	175	369	671		M-4-1
14	50	110	194	302			M-4-2
36	60	84	108				M-4-3
24	24	24	24				M-4-4
0	0	0					

台形数は階差数列を上に加えたもの。計算方法を「左計算」にするために向きを変えました。

台形数 $D(1, 30, 150, 240, 120) - n = 2117$

	①	1	30	150	240	120		
	②	1	31	180	390	360		
-n	③	1	32	211	570	750	480	
	④	1	33	243	781	1320	1230	
	⑤	1	34	276	1024	2101	2550	1830
	⑥	1	35	310	1300	3125	4651	4380
	⑦	1	36	345	1610	4425	7776	9031
	⑧	1	37	381	1955	6035	12201	16807
	⑨	1	38	418	2336	7990	18236	29008
	⑩	1	39	456	2754	10326	26226	47244
	⑪	1	40	495	3210	13080	36552	73470
	⑫	1	41	535	3705	16390	49632	110022
				576	4240	19985	65922	159654
				1216	24335	85919	225596	
				2605	110132	311493		

-n

$$(1) \frac{1}{4!} (120N^4 - 240N^3 + 240N^2 - 120N + 24)$$

$$(2) \frac{1}{5!} N (120N^4 + 0 + 0 + 0 + 0)$$

$$(3) \frac{1}{6!} N(N+1) (120N^4 + 240N^3 + 60N^2 - 60N + 0)$$

$$(4) \frac{1}{7!} N(N+1)(N+2) (120N^4 + 480N^3 + 420N^2 - 120N - 60)$$

$$(5) \frac{1}{8!} N(N+1)(N+2)(N+3) (120N^4 + 720N^3 + 1080N^2 + 0 - 240)$$

$$(6) \frac{1}{9!} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4) (120N^4 + 960N^3 + 2040N^2 + 480N - 576)$$

$$(aN^4 + bN^3 + cN^2 + dN + e)$$

$$a = 120$$

$$b = 240n - 480$$

$$c = 150n^2 - 690n + 780$$

$$d = 30n^3 - 270n^2 + 720n - 600$$

$$e = 1n^4 - 24n^3 + 131n^2 - 264n + 180$$

n = 7

$$\frac{1}{10!} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N+5) (120N^4 + 1200N^3 + 3300N^2 + 1500N - 1080)$$

n = 8

$$\frac{1}{11!} N(N+1)(N+2)(N+3)(N+4)(N+5)(N+6) (120N^4 + 1440N^3 + 4860N^2 + 3240N - 1740)$$