武田 利一 様

2009.12.3

林 邦英

πの近似式とsin,tanの半角の近似式をむすびつけて考えてみました。

$$\frac{2 \times \sin 15^\circ}{1 + \cos 15^\circ} \div 2 - \tan 7.5^\circ$$

を計算して結果におどろいています。

$2 \times \sin 15° / (1 + \cos 15°) - \tan 7.5 =$

πの近似式の始まりは

$$\frac{2 \cdot \sin\theta + \tan\theta}{3} \times \frac{360}{2\theta} \fallingdotseq \pi$$

だと思います。

この式は tan と sin の半角を求める近似式と関係が深いと思います。

$$\frac{\sin\theta + \tan\theta}{2} \div 2 \fallingdotseq \tan \theta/2$$

$$\frac{3 \cdot \sin\theta + \tan\theta}{4} \div 2 \fallingdotseq \sin \theta/2$$

内接 < 円周 < 外接 の考え方を使って

アルキメデスさんは円周を求め、πを求めました。

式の場合にもこれをあてはめると、上の式になります。

私は中学生の時に比重が 1：1 の平均をためしてみました。

tan の半角の近似には気がつきませんでした。2：1 は

10年前にためしてみました。結果におどろき、図書館

で本を調べました。一松 信さんの書かれた「教室に電卓を」（海鳴社）の本に出あいました。今年の11月に 3：1 の場合をたしかめました。3つの結果がそろって、始めて比重が 1：1 の場合が何なのかを知ることができました。アルキメデスさんの方法を知ってから40年もかかってしまいました。

インターネットを使って少し調べました。広島市の方のホームページ 数理塾 の中に「円周率π の数値計算」があります。その中の「2 近似式の改良」に関心をもちました。

ニコラス・クザヌス（1401－1464）さん

屈折の法則のスネル（1580－1626）さん

ホイヘンス（1629－1695）さん

$$\frac{2\cdot\sin\theta+\tan\theta}{3} > \theta > \frac{3\cdot\sin\theta}{2+\cos\theta}$$

$3 \cdot \sin\theta \ / \ (2+\cos\theta) \times 360/2\theta \fallingdotseq \pi$

の式が次にきたようです。この式も tan と sin

の半角を求める近似式と深い関係にあります。

$2 \cdot \sin\theta \ / \ (1+\cos\theta) \div 2 \fallingdotseq \tan\theta/2$

$4 \cdot \sin\theta \ / \ (3+\cos\theta) \div 2 \fallingdotseq \sin\theta/2$

近似式の誤差を調べました。

$(2 \times \sin\theta \ / \ (1+\cos\theta)) \div 2 - \tan\theta/2 =$

θ		θ	
15	0	1	-9×10^{-15}
30	-8×10^{-13}	5	-1.4×10^{-13}
45	-1.2×10^{-12}	10	-7×10^{-14}
60	-1.7×10^{-12}		
75	-3×10^{-12}		

結果におどろいています。

ポケットコンピュータでたしかめました。