武田 利一 様

2009.6.8

林 邦英

2002年に二宮 市三さんに教えていただいたことが何なのかについて考え直してみました。

平方根の分数関数近似式は、xが1に近い場合に計算効率が良くなります。この式を、区間近似式として使おうとすると、問題が発生します。そこで誤差の重大値を最小にする一次式を考えます。ニュートン法を使って精度を高めます。

高木 和久さん(高知高専)に教えていただいたことは、平方根の分数関数近似式を、N乗根へ拡張する方法です。N乗根を、N個の分数式の平均として求める方法です。

対象を、多面的な視点で考えることが大切だとあらためて思います。

平方根 $(1 \leqq x \leqq 2)$ について

①初期値を $(x+1) \div 2$ として

ニュートン法をくり返すと

1.1	a_1	1.05
	a_2	1.048809524
	a_3	1.048808848
1.3		1.15
		1.140217391
		1.140175426
1.5		1.25
		1.225
		1.224744898
1.8		1.4
		1.342857143
		1.341641337
1.9		1.45
		1.380172414
		1.378406007
2.0		1.5
		1.416666667
		1.414215686

②初期値を $0.417308x + 0.590162$

としてニュートン法をくり返すと

1.1	a_1	1.0492008
	a_2	1.048808921
	a_3	1.048808848
1.3		1.1326624
		1.140200342
		1.140175425
1.5		1.216124
		1.224775427
		1.224744872
1.8		1.3413164
		1.341640826
		1.341640787
1.9		1.3830472
		1.378412666
		1.378404875
2.0		1.424778
		1.414252729
		1.414213563

①について

3つの数値は

$a_1 \quad \dfrac{x+1}{2}$

$a_2 \quad \dfrac{x^2+6x+1}{4x+4}$

$a_3 \quad \dfrac{x^4+28x^3+70x^2+28x+1}{8x^3+56x^2+56x+8}$

の式の値に対応します。

②について

$\sqrt{x}$ $(1 \leqq x \leqq 2)$ について

相対誤差の最大値を最小にした最良の一次式を使って初期値 a_1 を求めた場合です。