武田 利一 様

2009.2.24

林 邦英

前回のレポートを読み直し、これではダメだと思い、続きを書きました。

関数について、昔、学習したことを、思い出しました。また、新井 紀子さんの、「２次方程式の解の公式の数学全体のストーリにおける位置」とはなにかという問いについて考えました。

質問＜３７３５＞の問題とは少しはなれて考えてみました。

原点を通る場合のグラフ

頂点の移動を示すグラフ

２つのグラフの交点

について考えました。

かなさんの質問に答えることが、とてもむつかしいことであることがわかりました。そこで、私がこの問題にどのようにとりくんだのかという視点で、レポートを書きました。

1

質問〈3735〉かな「二次関数」について（続き）

$y=x^2+ax+a+8$ のグラフについて

① 原点を通る場合は、$a=-8$ のとき

$y=x^2-8x \;=\; x(x-8)$

x軸との交点は　$0=x(x-8)$　$x=0,\ x=8$

頂点は　$(0+8)\div 2=4$　　$x=4$のとき

$y=4^2-8\cdot 4 = 16-32=-16$

頂点の座標は　$(4,-16)$

② aを変化させた時の頂点の位置を示すグラフは、

判別式　$D=b^2-4ac$ を使って

$y=ax^2+bx+c$

$y=\;\;x^2+ax+a+8$

$(\;a=1 \quad b=a \quad c=a+8\;)$

$D=a^2-4\cdot 1\cdot(a+8)$

$=a^2-4a-32$

$=(a-8)(a+4)$

$\begin{pmatrix} 1 & \cdot & 32 \\ 2 & \cdot & 16 \\ 4 & \cdot & 8 \end{pmatrix}$

2

$D=0$の場合は、$a=8,\ a=-4$

$\{8+(-4)\}\div 2=2$

$a=2$ の場合

$y=x^2+2x+2+8 = (x+1)^2+9$

$a=8$の場合

$y=x^2+8x+8+8 = (x+4)^2\pm 0$

$a=-4$の場合

$y=x^2-4x-4+8 = (x-2)^2\pm 0$

$(-4,0),\ (-1,9),\ (2,0)$

を通るので、上に凸だから、

$y=-(x+1)^2+9$

$=-x^2-2x+8$

3

③ $y=x^2-8x$ と $y=-x^2-2x+8$

の交点は？

$0=(x^2-8x)-(-x^2-2x+8)$

$=x^2-8x+x^2+2x-8$

$=2x^2-6x-8$　　$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

$=(2x+2)(x-4)$

$0=2x+2$ より　$x=-1$

$y=(-1)^2-8\cdot(-1)=1+8=9$

$(-1,\ 9) \to y=-x^2-2x+8$の頂点

$0=x-4$ より　$x=4$

$y=4^2-8\cdot 4=16-32=-16$

$(4,-16) \to y=x^2-8x$の頂点

4

［私がやったこと］①

(ア) 数表を作り、グラフを作って観察した。

(イ) 判別式　$y=ax^2+bx+c$ についての

$D=b^2-4ac$

を使って何がわかるのかを考えた。

判別式は、

二次方程式の解の公式

$ax^2+bx+c=0$ について

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

の $\pm\sqrt{b^2-4ac}$ の $\sqrt{\ }$ の中にあり

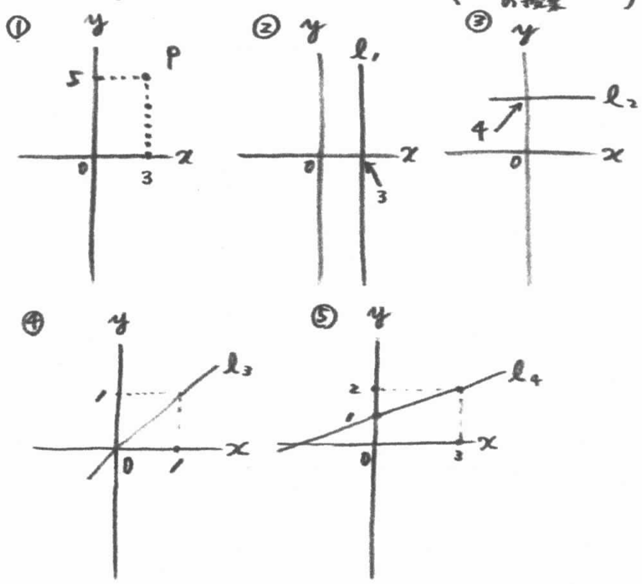
解の性質を決定する部分です。

$D>0$

$D=0$

$D<0$

② 一次関数のグラフを思い出した。（定時制高校のY先生の授業）



① P (3, 5) → Pの位置の示し方

② l_1は $x = 3$　④ l_3は $y = x$

③ l_2は $y = 4$　⑤ l_4は $y = \frac{1}{3}x + 1$

③本を買ってきて読み直した。

『数学物語』矢野健太郎著（角川ソフィア文庫）

- 算数と代数の発展 (P.133〜P.166)

  P.140に、式の計算と方程式のちがいについてわかりやすく書かれています。

- デカルト (P.176〜P.184)

  関数とグラフについてわかりやすく書かれています。(P.178〜P.179)

> 新井紀子さんが、朝日新聞(2/15)(2/22)の「あめはれくもり」のコラムの中で『数学全体のストーリーにおける位置』を問題にされています。大切な視点だと思います。

$y = x^2 - 8x$ の表の観察

x	y		
−4	48		
−3	33	↑ +15	
−2	20	↑ +13	↑ +2
−1	9	↑ +11	↑ +2
0	0	↑ +9	↑ +2
1	−7	↑ +7	↑ +2
2	−12	↑ +5	↑ +2
3	−15	↑ +3	↑ +2
4	−16	↑ +1	↑ +2
5	−15	↓ +1	
6	−12	↓ +3	↓ +2
7	−7	↓ +5	↓ +2
8	0	↓ +7	↓ +2
9	9	↓ +9	↓ +2

$y = x^2 + ax + a + 8$ (イ) の表の観察

a	(イ)		$x(-0.25)$
−4	$(x-2)^2 \pm 0$		
−3	$(x-1.5)^2 + 2.75$	↑ −2.75	11
−2	$(x-1)^2 + 5$	↑ −2.25	9
−1	$(x-0.5)^2 + 6.75$	↑ −1.75	7
0	$x^2 + 8$	↑ −1.25	5
1	$(x+0.5)^2 + 8.75$	↑ −0.75	3
2	$(x+1)^2 + 9$	↑ −0.25	1
3	$(x+1.5)^2 + 8.75$	↓ −0.25	1
4	$(x+2)^2 + 8$	↓ −0.75	3
5	$(x+2.5)^2 + 6.75$	↓ −1.25	5
6	$(x+3)^2 + 5$	↓ −1.75	7
7	$(x+3.5)^2 + 2.75$	↓ −2.25	9
8	$(x+4)^2 \pm 0$	↓ −2.75	11

No.

Date

$y = x^2 + ax + a + 8$ の a を変化させたときの頂点