

質問 < 3735 > かな「二次関数、について」

問 $y = x^2 + ax + a + 8$ のグラフが次のようになる定数 a の値を求めなさい。

① y 軸の正の部分と交わる。

y 軸と交わる $\rightarrow x=0$

y 軸の正の部分と交わる $\rightarrow 0 < y$

$$y = x^2 + ax + a + 8$$

$$0 < 0^2 + a \cdot 0 + a + 8$$

$$0 < \quad \quad + a + 8$$

$$0 - 8 < \quad \quad + a + 8 - 8$$

$$-8 < a$$

答 $-8 < a$ (-8 より大きい)

③ x 軸の正の部分、負の部分とそれぞれ一点で交わる。

x^2 の係数が 1 なので下に凸の放物線である。 y 軸の負の部分と交われば、

x 軸の正の部分、負の部分とそれぞれ一点で交わる。

答 $a < -8$ (-8 より小さい)

原点を通る場合は、 $x=0, y=0$ より

$$0 = 0^2 + a \cdot 0 + a + 8$$

$$0 = \quad \quad a + 8$$

$$0 - 8 = \quad \quad a + 8 - 8$$

$$-8 = \quad \quad a$$

$a = -8$ の場合

② x 軸の正の部分と異なる2点で交わる。

④ x 軸の負の部分と異なる2点で交わる。

表の (イ) によって知ることが出来ます。

$$a = -4 \quad (x-2)^2 \geq 0 \quad (x=2 \text{ とき})$$

$$a = 8 \quad (x+4)^2 \geq 0 \quad (x=-4 \text{ とき})$$

$a = -4, a = 8$ の場合、重根となり

1点で接します。

$-4 < a < 8$ の場合は x 軸と接しません。

$$a = -8 \quad a = -4 \quad a = 8$$

③ 原点を通る ② 重根 ④ 重根

② の答 $-8 < a < -4$ (-8 より大きく
 -4 より小さい)

④ の答 $8 < a$ (8 より大きい)

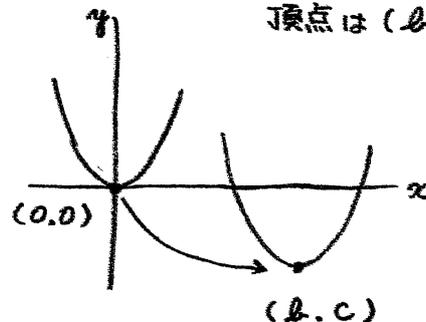
(ア) $y = ax^2 + bx + c$

c は y 軸との交点 $(0, c)$

(イ) $y = a(x-b)^2 + c$

$y = ax$ のグラフの移動

頂点は (b, c)



(ア) は $ax^2 + bx + c = 0$ の変形

二次方程式 \rightarrow 二次関数

$$y = ax^2 + bx + c$$

5

$$y = x^2 + ax + a + 8 \quad (\text{表1})$$

a	(P)	(Q)
-10	$x^2 - 10x - 2$	$= (x-5)^2 - 27$
-9	$x^2 - 9x - 1$	$= (x-4.5)^2 - 21.25$
-8	$x^2 - 8x \pm 0$	$= (x-4)^2 - 16$
-7	$x^2 - 7x + 1$	$= (x-3.5)^2 - 11.25$
-6	$x^2 - 6x + 2$	$= (x-3)^2 - 7$
-5	$x^2 - 5x + 3$	$= (x-2.5)^2 - 3.25$
-4	$x^2 - 4x + 4$	$= (x-2)^2 \pm 0$
-3	$x^2 - 3x + 5$	$= (x-1.5)^2 + 2.75$
-2	$x^2 - 2x + 6$	$= (x-1)^2 + 5$
-1	$x^2 - x + 7$	$= (x-0.5)^2 + 6.75$
0	$x^2 + 8$	$= x^2 + 8$

6

$$(\text{表2})$$

a	(P)	(Q)
0	$x^2 + 8$	$= x^2 + 8$
1	$x^2 + x + 9$	$= (x+0.5)^2 + 8.75$
2	$x^2 + 2x + 10$	$= (x+1)^2 + 9$
3	$x^2 + 3x + 11$	$= (x+1.5)^2 + 8.75$
4	$x^2 + 4x + 12$	$= (x+2)^2 + 8$
5	$x^2 + 5x + 13$	$= (x+2.5)^2 + 6.75$
6	$x^2 + 6x + 14$	$= (x+3)^2 + 5$
7	$x^2 + 7x + 15$	$= (x+3.5)^2 + 2.75$
8	$x^2 + 8x + 16$	$= (x+4)^2 \pm 0$
9	$x^2 + 9x + 17$	$= (x+4.5)^2 - 3.25$
10	$x^2 + 10x + 18$	$= (x+5)^2 - 7$

