1

武田　利一様

2009．1．22

林　邦英

本年もよろしくお願いします。

8桁電卓を使って累乗根を求める方法を整理しました。

2を底とする対数計算を区間近似式を利用して行う方法です。精度はあまり良くありませんが、ニュートン法を利用して累乗根を求める場合の初期値として使うことができます。

愛知県の方より、関数電卓を使えば簡単に答えが出せることを、どうして8桁電卓で行うのかという内容の質問をうけました。

いろいろと考えてみましたが、「工夫する」ことの大切さにあると考えています。

1

$\sqrt[n]{A} \fallingdotseq B$ の求め方

A が 1 に近い場合

① $A = 1+a$ として

$$\sqrt[n]{1+a} \fallingdotseq 1+\frac{a}{n}$$

② $A^{\frac{1}{n}}$ として

$$\frac{(n+1)\cdot A+(n-1)}{(n-1)\cdot A+(n+1)}$$

$\sqrt[3]{10}$ の場合は

$2^3 = 8 < 10$ を使って

$10 \div 8 = 1.25$

① $\left(1+\frac{0.25}{3}\right)\times 2 = 2.166\,6666$

② $\left(\frac{(3+1)\times 1.25+(3-1)}{(3-1)\times 1.25+(3+1)}\right)\times 2$

$= 2.153846$

2

$\sqrt[n]{A} \fallingdotseq B$ を求めるために、

まず $A \fallingdotseq 2^m$ を求め

次に $2^{\frac{m}{n}} \fallingdotseq B$ を求める方法

$2^{\frac{m}{n}} \fallingdotseq B$ は

$2^{\frac{m}{n}} = 2^x$ $0 \leqq x \leqq 1$ として

区間近似式

$$\frac{24+10x}{24-7x}$$

を使って求めることができます。

$A \fallingdotseq 2^m$ は

上の式を少し変形することで計算式をつくることができます。

3

$\sqrt[5]{10}$ の場合は、

$10 \div 2 = 5$

$5 \div 2 = 2.5$

$2.5 \div 2 = 1.25$ ← 1と2の間の数にする。

1.25の小数部 0.25を使います。

$1-0.25=0.75$

$1-\frac{17\times 0.75}{24-7\times 0.75} = 0.32$

$0.32 + 3 = 3.32$

（+3 の3は÷2を3回したから）

$3.32 \div 5 = 0.664$ ← 1より大きい場合は、整数部を引き、あとで、その数だけ2をかける。

$$\frac{24+10\times 0.664}{24-7\times 0.664}$$

$= 1.5832988$

ニュートン法を使って累乗根を求める場合の初期値として使うことができます。

4

○ 安島直円さん（1732－1798）

n乗根に開くときに使う簡単な「安島の対数表」を工夫してつくった。

○ 会田安明さん（1747－1817）

2を底とする会田対数をつくろうとした。

西洋数学との対数に対する考え方のちがいは「そろばん」にあります。四則計算を行なううえでのすぐれた計算道具です。

○ 二宮市三さんに教えていただいたこと

［ニュートン法を使用して累乗根を求める場合の初期値の求め方は？］

⇩

［精度のよい区間近似式（区間は 1－2 ）を作り有効桁を保障する。
（コンピュータは2進法で、四則計算がとくい）］

No.
Date

1

$\log_2 N$ の表の観察

N		N	
4	2.0000	8	3.0000
		9	3.1699
5	2.3219	10	3.3219
		11	3.4594
6	2.5850	12	3.5850
		13	3.7004
7	2.8074	14	3.8074
		15	3.9069
8	3.0000	16	4.0000

2

N=6　N=12 を使って

N = 6	N = 12
2.5850	3.5850

整数部 は、2 , 3
小数部 は 同じ

$6 \times 2 = 12$

$1 - 0.5850 = 0.4150$

⇧

$\sqrt{2} - 1 = 0.4142$

近似式を作る上で使えないか？

3

N	$\log_2 N$	(1の補数)
1	0.0000	(1.0000)
1.125		
1.25	0.3219	(0.6781)
1.375		
1.5	0.5850	(0.4150)
1.625		
1.75	0.8074	(0.1926)
1.875		
2	1.0000	(0.0000)

4

2^x　$0 \leqq x \leqq 1$　の表

x	2^x
0	1.0000
0.125	1.0905
0.25	1.1892
0.375	1.2968
0.5	1.4142
0.625	1.5422
0.75	1.6818
0.875	1.8340
1	2.0000