

$\sqrt[12]{2}$ について

① だいたいの数値を求める。

$$1^2 + 1 = 2 \quad 2^1 = 2$$

$$1 + \frac{1}{12} = \frac{13}{12} = 1.0833333 \quad -a_1$$

② 修正して真数との比を1に近づける。

$$(a_1)^9 = 2.0552218$$

 a_1 を9乗すると2に近い数値になるため a_1 の小数部を $9/12$ 倍する。

$$1.0624999 \quad -a_2$$

$$(a_2)^2 = 2.0698868$$

③ 精度が良くなるため以下の方法を

くり返す。

$$2.0698868 \div 2 = 1.0349434 \quad -b_1$$

 b_1 の小数部を $1/12$ 倍する。

$$1.0029119 \quad -c_1$$

 a_2 は真数より大きいので c_1 を割る。

$$a_2 \div c_1 = 1.0594149 \quad -a_3$$

$$(a_3)^2 = 1.998908$$

$$2 \div 1.998908 = 1.0005462$$

 b_2 の小数部を $1/12$ 倍する。

$$1.0000455 \quad -c_2$$

 a_3 は真数より小さいので c_2 をかける。

$$a_3 \times c_2 = 1.0594631 \quad -a_4$$

$$a_1 = 1.0833333$$

$$a_2 = 1.0624999$$

$$a_3 = 1.0594149$$

$$a_4 = 1.0594631$$

$$\text{真数} \quad 1.05946309436$$

 $\sqrt[13]{7}$ の例

$$1^3 + 1 = 2 \quad 2^3 = 8 \quad 2^3 = 8$$

 $7 \rightarrow 2^{2.76}$ と近似する。

$$1 + \frac{2.75}{13} = 1.2115384 \quad -a_1$$

$$(a_1)^{10} = 6.8135233 \quad (6.8)$$

$$(a_1)^{11} = 8.2548451 \quad (8.3)$$

区間を直線と近似する。

$$7 \rightarrow 10 \frac{2}{15} = \frac{152}{15}$$

 a_1 の小数部を $152 / (15 \times 13) = 152 / 195$

倍する。

$$1.1648914 \quad -a_2$$

$$(a_2)^{13} = 7.2729502$$

$$7.2729502 \div 7 = 1.0389928 \quad -b_1$$

 b_1 の小数部を $1/13$ 倍する。

$$1.0029994 \quad -c_1$$

$$a_2 \div c_1 = 1.1614078 \quad -a_3$$

$$(a_3)^{13} = 6.995222$$

$$7 \div 6.995222 = 1.000683 \quad -b_2$$

 b_2 の小数部を $1/13$ 倍する。

$$1.0000525 \quad -c_2$$

$$a_3 \times c_2 = 1.1614687 \quad -a_4$$

$$a_1 = 1.2115384$$

$$a_2 = 1.1648914$$

$$a_3 = 1.1614078$$

$$a_4 = 1.1614687$$

$$\text{真数} \quad 1.16146878261$$

$$2^{\frac{m}{n}} \approx 1 + \frac{m}{n} \quad \text{を使いました。}$$