

循環小数について

これまでにわかっていること

- ア 保存則
- イ 最小公倍数の規則性
- ウ 定数倍の規則性

(ウの例外)

- ① $N = M - 1$ のとき $l = 1$
 $N = M + 1$ のとき $l = 2$
- ② $M^2 + A = B \cdot N^2$ (B は自然数)
 $A = -1$ $1/N, 1/N^2$ の l は 2桁
 $A = 1$ $1/N, 1/N^2$ の l は 4桁
- ③ その他の場合 $l = (N-1)/p$
 (例) $M=10$ $N=487$ $N=487^2$
 $l=486$

41進法での $1/N$ の l の表の分析

N	l	N	l
2	1	26	12
3	2	27	18
4	1	28	2
5	1	29	4
6	2	30	2
7	2	31	15
8	1	32	4
9	6	33	10
10	1	34	16
11	10	35	2
12	2	36	6
13	12	37	18
14	2	38	18
15	2	39	12
16	2	40	1
17	16		
18	6	42	2
19	18	43	7
20	1	44	10
21	2	45	6
22	10	46	11
23	11	47	46
24	2	48	2
25	5	49	14
		50	5

$41 - 1 = 40 = 2^3 \times 5$ $l = 1$ (A)
 $41 + 1 = 42 = 2 \times 3 \times 7$ $l = 2$ (B)
 $41^2 + 1 = 2 \times 29^2$ $l = 4$ (C)

N		l
2	(A)	1
3	(B)	2
4	(A)	1
5	(A)	1
6	2(A) 3(B)	2
7	(B)	2
8	(A)	1
9	3(B) x3	6
10	(A)	
11	(11-1)	10
12	2^2(A) 3(B)	2

N		l
13	(13-1)	12
14	2(A) 7(B)	2
15	3(B) 5(A)	2
16	2^3(A) 2(B)	2
17	(17-1)	16
18	2(A) 3(B) x3	6
19	(19-1)	18
20	(A)	1
21	(B)	2
22	2(A) 11(10)	10
23	(23-1)/2	11
24	2^3(A) 3(B)	2
25	5(A) x5	5
26	2(A) 13(12)	12

No. 5

No. 6

N		
27	$3(B) \times 3 \times 3$	$l = 18$
28	$2^2(A) 7(B)$	$l = 2$
29	(C)	$l = 4$
30	$2(A) 3(B) 5(A)$	$l = 2$
31	$(31-1)/2$	$l = 15$
32	$2^3(A) 2(B) \times 2$	$l = 4$
33	$3(B) 11(10)$	$l = 10$
34	$2(A) 17(16)$	$l = 16$
35	$5(A) 7(B)$	$l = 2$
36	$2^2(A) 3(B) \times 3$	$l = 6$
37	$(37-1)/2$	$l = 18$
38	$2(A) 19(18)$	$l = 18$
39	$3(B) 13(12)$	$l = 12$
40	(A)	$l = 1$

N		
42	(B)	$l = 2$
43	$(43-1)/6$	$l = 7$
44	$2^2(A) 11(10)$	$l = 10$
45	$3(B) 5(A) \times 3$	$l = 6$
46	$2(A) 23(11)$	$l = 11$
47	$(47-1)$	$l = 46$
48	$2^3(A) 2(B) 3(B)$	$l = 2$
49	$7(B) \times 7$	$l = 14$
50	$2(A) 5(A) \times 5$	$l = 5$

7

循環節の分割和について

$$M=10 \quad N=589 \quad 589=19 \times 31$$

$$(18, 15) \rightarrow l=90$$

$$\begin{array}{r} 0.\dot{0}016977928 \quad 6926994906 \\ 6213921901 \quad 5280135823 \\ 4295415959 \quad 2529711375 \\ 2122241086 \quad 5874363327 \\ 6740237691 \end{array}$$

(1/2) の場合

$$0.00169 \dots \quad 1 \div 589$$

$$+ \quad 0.15959 \dots \quad 94 \div 589$$

$$0.16128 \dots \quad 95 \div 589$$

$$\left(\begin{array}{l} 0.15959 \times 589 \\ = 93.99851 \rightarrow 94 \end{array} \right) = \frac{95}{19} \div \frac{589}{19}$$

$$= 5 \div 31$$

8

(1/3) の場合

$$(1+311+125) \div 589 = 437 \div 589$$

$$= 23 \div 31$$

(1/5) の場合

$$(1+39+343+419+438) \div 589$$

$$= 1240 \div 589 = 40 \div 19$$

(1/6) の場合

$$(1+559+311+94+125+373) \div 589$$

$$= 1463 \div 589 = 77 \div 31$$

(1/9) の場合 (9がな56)

$$(1+408+366+311+253+149+125+346$$

$$+397) \div 589 = 2356 \div 589 = 4$$

(1/10) の場合 (9がな56)

$$(1+512+39+531+343+94+419+132$$

$$+438+436) \div 589 = 2945 \div 589 = 5$$

9

$$M=10 \quad N=299 \quad 299=13 \times 23$$

$$(6, 22) \rightarrow l=66$$

$$\begin{array}{r} 0.\dot{0}0334448160 \quad 53511705685 \\ 61872909698 \quad 99665551839 \\ 46488294314 \quad 3812709030i \end{array}$$

$$(1/2) \quad 1 \quad (9がな56)$$

$$(1/3) \quad 2 \div 23$$

$$(1/6) \quad 3 \quad (9がな56)$$

$$(1/11) \quad 70 \div 13$$

奥村 清志さんの

「循環小数についての種々の考察」

を参考にしました。

ありがとうございます。

10

定数倍の例外について

「インド式計算法の一例を一般化」

(橋本 光さんの研究)

の中にある

G進法での $\frac{1}{n}$ と $\frac{1}{n}$ の循環節の長さが
同じになる場合の表 ($G < 20, n < 500$)
の数値を利用しました。

ありがとうございます。

インターネットを使い「循環小数 487」
で調べて知りました。

十進法 (M=10) の場合の $1/N$ で
 $N=3, N=3^2$ の循環節の長さ (l) は 1
 $10-1=9=3^2$
 $N=3, N=3^2$ の場合 $l=1$
 $N=487, N=487^2$ $l=486=487-1$
 $N=3 \times 487=1461$ $l=486$
 $N=3^2 \times 487^2=2134521$ $l=486$
 $N=3$ $l=1$
 $N=9$ $l=1$
 $N=27$ $l=3$
 $N=81$ $l=9$
 $N=243$ $l=27$

「G進法で $1/m$ と $1/n^2$ の循環節の長さが同じに
 なる場合 $G < 20, m < 500$ 」
 (橋本 光さんの研究)

(G)

	3	7	8	9	10	11	14	15	17	18	20
(n)											
11	4	3	11	3	71	29	4	3	5	281	
55	5		22	487	142	353		4	7		
110	10		55		355			6	35		
220	20		110		497			12	37		
			220						185		
									259		
									331		

M=3	N	l
	11	5
	55	20
	110	20
	220	20
M=7	N	l
	4	2
	5	4
	10	4
	20	4
M=8	N	l
	3	2

M=9	N	l
	11	5
	22	5
	55	10
	110	10
	220	10
M=10	N	l
	3	1
	487	486
M=11	N	l
	71	70
	142	70
	355	70
	497	210

No. 15

Date

$M = 14$	N	l
	29	28
	353	352
$M = 15$	N	l
	4	2
$M = 17$	N	l
	3	2
	4	1
	6	2
	12	2

No. 16

Date

$M = 18$	N	l
	5	4
	7	3
	35	12
	37	36
	185	36
	259	36
	331	110
$M = 20$	N	l
	281	280

No. 17

Date

$$M = 3 \quad \begin{array}{l} 3-1=2 \\ 3+1=4=2 \times 2 \end{array}$$

$$N = 11 \quad N = 11^2 \quad l = 5 \quad \textcircled{3}$$

$$N = 55 = 5 \times 11 \quad (4, 5) \rightarrow 20$$

$$(M = 3, N = 5, l = 4)$$

$$N = 55^2 = 5 \times 5 \times 11^2 \quad (4, 5, 5) \rightarrow 20$$

$$N = 110 = 2 \times 5 \times 11 \quad (1, 4, 5) \rightarrow 20$$

$$N = 110^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 11^2$$

$$(1, 2, 4, 5, 5) \rightarrow 20$$

$$N = 220 = 2 \times 2 \times 5 \times 11$$

$$(1, 2, 4, 5) \rightarrow 20$$

$$N = 220^2 = 2 \times (2 \times 2) \times 2 \times 5 \times 5 \times 11^2$$

$$(1, 2, 2, 4, 5, 5) \rightarrow 20$$

No. 18

Date

$$M = 7 \quad \begin{array}{l} 7-1=6=2 \times 3 \\ 7+1=8=2 \times 2 \times 2 \end{array}$$

$$N = 4 = 2 \times 2 \quad (1, 2) \rightarrow l = 2$$

$$N = 4^2 = 2 \times (2 \times 2 \times 2) \quad (1, 2) \rightarrow l = 2$$

$$N = 5 \quad N = 5^2$$

$$7^2 + 1 = 2 \times 5^2 \quad l = 4$$

$$N = 10 = 2 \times 5 \quad (1, 4) \rightarrow l = 4$$

$$N = 10^2 = 2 \times 2 \times 5^2 \quad (1, 2, 4) \rightarrow l = 4$$

$$N = 20 = 2 \times 2 \times 5 \quad (1, 2, 4) \rightarrow l = 4$$

$$N = 20^2 = 2 \times (2 \times 2 \times 2) \times 5^2$$

$$(1, 2, 4) \rightarrow l = 4$$

$$M = 8 \quad \begin{array}{l} 8-1=7 \\ 8+1=9=3^2 \end{array}$$

$$N = 3 \quad N = 3^2 \quad l = 2$$

$$8^2 - 1 = 7 \times 3^2 \quad l = 2$$

$$M=9 \quad \begin{array}{l} 9-1=8=2 \times 2 \times 2 \\ 9+1=10=2 \times 5 \end{array}$$

$$N=11 \quad N=11^2 \quad l=5 \text{ ③}$$

$$N=22=2 \times 11 \quad (1, 5) \rightarrow l=5$$

$$N=22^2=(2 \times 2) \times 11^2 \quad (1, 5) \rightarrow l=5$$

$$N=55=5 \times 11 \quad (2, 5) \rightarrow l=10$$

$$N=55^2=5 \times 5 \times 11^2 \quad (2, 5, 5) \rightarrow l=10$$

$$N=110=2 \times 5 \times 11 \quad (1, 2, 5) \rightarrow l=10$$

$$N=110^2=(2 \times 2) \times 5 \times 5 \times 11^2 \quad (1, 2, 5, 5) \rightarrow l=10$$

$$N=220=(2 \times 2) \times 5 \times 11 \quad (1, 2, 5) \rightarrow l=10$$

$$N=220^2=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 11^2$$

$$=(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 5) \times 5 \times 11^2$$

$$(1, 2, 5, 5) \rightarrow l=10$$

$$M=10 \quad \begin{array}{l} 10-1=9=3 \times 3 \\ 10+1=11 \end{array}$$

$$N=3 \quad N=3^2 \quad l=1$$

$$N=487 \quad N=487^2 \quad l=486 \text{ ③}$$

$$N=1461=3 \times 487 \quad (1, 486) \rightarrow l=486$$

$$N=1461^2=3^2 \times 487^2 \quad (1, 486) \rightarrow l=486$$

$$M=11 \quad \begin{array}{l} 11-1=10=2 \times 5 \\ 11+2=12=2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

$$N=71 \quad N=71^2 \quad l=70 \text{ ③}$$

$$N=142=2 \times 71 \quad (1, 70) \rightarrow l=70$$

$$N=142^2=2 \times 2 \times 71^2 \quad (1, 2, 70) \rightarrow l=70$$

$$N=355=5 \times 71 \quad (1, 70) \rightarrow l=70$$

$$N=355^2=5 \times 5 \times 71^2 \quad (1, 5, 70) \rightarrow l=70$$

$$N=497=7 \times 71 \quad (3, 70) \rightarrow l=210$$

$$N=497^2=7 \times 7 \times 71^2 \quad (3, 7, 70) \rightarrow l=210$$

$$(M=11 \quad N=7 \quad l=3)$$

$$M=14 \quad \begin{array}{l} 14-1=13 \\ 14+1=15=3 \times 5 \end{array}$$

$$N=29 \quad N=29^2 \quad l=28 \text{ ③}$$

$$N=353 \quad N=353^2 \quad l=352 \text{ ③}$$

$$M=15 \quad \begin{array}{l} 15-1=14=2 \times 7 \\ 15+1=16=2 \times 2 \times 2 \times 2 \end{array}$$

$$N=4=2 \times 2 \quad (1, 2) \rightarrow l=2$$

$$N=4^2=2 \times (2 \times 2 \times 2) \quad (1, 2) \rightarrow l=2$$

No. 23

Date

$$M=17 \quad \begin{array}{l} 17-1=16=2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 17+1=18=2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

$$N=3 \quad N=3^2 \quad l=2$$

$$N=4 \quad N=4^2 \quad l=1$$

$$N=6 = 2 \times 3 \quad (1, 2) \rightarrow l=2$$

$$N=6^2 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \quad (1, 2) \rightarrow l=2$$

$$N=12 = (2 \times 2) \times 3 \quad (1, 2) \rightarrow l=2$$

$$N=12^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3)$$

$$(1, 2) \rightarrow l=2$$

$$(17^2 - 1 = 2 \times 12^2 \quad l=2)$$

$$M=20$$

$$N=281 \quad N=281^2 \quad l=140 = \frac{(281-1)}{2} \quad \textcircled{3}$$

No. 24

Date

$$M=18 \quad \begin{array}{l} 18-1=17 \\ 18+1=19 \end{array}$$

$$N=5 \quad N=5^2 \quad l=4$$

$$(18^2 + 1 = 13 \times 5^2)$$

$$N=7 \quad N=7^2 \quad l=3 \quad \textcircled{3}$$

$$N=35 = 5 \times 7 \quad (4, 3) \rightarrow l=12$$

$$N=35^2 = 5^2 \times 7^2 \quad (4, 3) \rightarrow l=12$$

$$N=37 \quad N=37^2 \quad l=36 \quad \textcircled{3}$$

$$N=185 = 5 \times 37 \quad (4, 36) \rightarrow l=36$$

$$N=185^2 = 5^2 \times 37^2 \quad (4, 36) \rightarrow l=36$$

$$N=259 = 7 \times 37 \quad (3, 36) \rightarrow l=36$$

$$N=259^2 = 7^2 \times 37^2 \quad (3, 36) \rightarrow l=36$$

$$N=331 \quad N=331^2 \quad l=110 = \frac{(331-1)}{3} \quad \textcircled{3}$$

No. 25

Date

M=3 と M=9 の共通点

M=3		M=9	
N	l	N	l
11	5	11	5
55	20	22	5
110	20	55	10
220	20	110	10
		220	10

$$3-1=2$$

$$3+1=4=2 \times 2$$

$$N=11 \quad N=11^2 \quad l=5$$

$$M=3 \quad N=5 \quad l=4$$

$$9-1=8=2 \times 2 \times 2$$

$$9+1=10=2 \times 5$$

$$N=11 \quad N=11^2 \quad l=5$$

分類 ③ の素数

$$M=3 \quad N=11 \quad l=5 = \frac{(11-1)}{2}$$

$$M=9 \quad N=11 \quad l=5 = \frac{(11-1)}{2}$$

$$M=10 \quad N=487 \quad l=486$$

$$M=11 \quad N=71 \quad l=70$$

$$M=14 \quad N=29 \quad l=28$$

$$N=353 \quad l=352$$

$$M=18 \quad N=7 \quad l=3 = \frac{(7-1)}{2}$$

$$N=37 \quad l=36$$

$$N=331 \quad l=110 = \frac{(331-1)}{3}$$

$$M=20 \quad N=281 \quad l=140 = \frac{(281-1)}{2}$$

No. 26

Date