

江戸期の循環小数の研究に学ぶ

林 邦英

一、循環小数とは何か

一を七で割ると〇・一四二八五七一四二八五七二四二……と二四二八五七の六個の数字をくり返します。このようにくり返す数字のことを循環小数といい、循環の一周期を循環節といいます。

二、なぜ循環するのか

一を四で割ると〇・二五で割り切れません。
一を八で割ると〇・一二五で割り切れません。
一割七は割り切れません。計算の途中で

てくるあまりについて調べてみます。

一割四は 一↓二↓〇

一割八は 一↓二↓四↓〇

一割七は 一↓三↓二↓六↓四↓五↓一

一割七のあまりは六個の数字をくり返します。六は七より一引いた数です。あまりに一が出てくると計算は始まりにもどります。割り切れない場合、なぜ同じ数をくり返すのかの理由はあまりを調べることでわかります。

三、山路主住さんの研究

山路主住(一七〇四—一七七三)さんは割り算の商とあまりについて注意深く調べ、大きな割り算を何人かで協力して行う方法をみつけました。たとえば十番目のあまりを使って二十番目四十番目のあまりを求めると二十一番目からと四十一番目からを同時に計算することが出来ます。この方法は大きな数の割り算に役立ちます。例として一割四十九の計算をします。

一割四十九は
○・〇二〇四〇八一六三二六五三……
十番目のあまりは三十二です。
三十二に三十二をかけると一〇二四
一〇二四を四十九で割るとあまりは四十四

三十二に四十四をかけると一四〇八

一四〇八を四十九で割るとあまりは三十六
四十四に四十四をかけると一九三六
一九三六を四十九で割るとあまりは二十五
十一番目からは三十二割四十九
二十一番目からは四十四割四十九
三十一番目からは三十六割四十九
四十一番目からは二十五割四十九
計算すると一割四十九は
○・〇二〇四〇八一六三二
六五三〇六一二二四四
八九七九五九一八三六
七三四六九三八七七五
五一〇二〇四〇八一六
四十二個の数字をくり返します。四十二

個の数字を七等分して加えると一割七の循環小数がみえてきます。四十二を六かける七と考えますと、七を三回かけた三四三の場合を予想することができます。

四、有馬頼懂さんについて

有馬頼懂(一七一四—一七八三)さんは久留米藩主になった方です。大名の立場を利用して関流数字の秘伝を公にしました。この中に循環小数の周期の長さを求める方法が書かれています。三つの規則性によって成りたっています。

ア、成分の保存則

割る数を素数に分解します。

イ、最小公倍数の規則性

素数それぞれの循環節の長さを求め最小

公倍数を求めます。

ウ、定数倍の規則性

同じ素数が二個以上ある場合は、二個目以上の数だけその数をかけます。
例として一割三九〇八三の循環節の長さを求めます。

三九〇八三を素数に分解すると
十七かける十九かける十一かける十一
一割十七の循環節の長さは十六
一割十九の循環節の長さは十八
一割十一の循環節の長さは二
十一に十一をかけた一二二の場合は、二に
十一をかけた二十二になります。
十六と十八と二十二の最小公倍数を求めると一五八四になります。

この方法は割り算をたくさん行い、循環節の長さの表をつくり、分析して規則性を求めてみつけたのだと思います。

五、数算^算においての実験と観察について
江戸期の循環小数の研究は、具体的な数値を分析する方法を教えてください。日本は明治以降西洋数算^算を完成された形で移入したのではないかと疑問をもっています。

西洋の近代数算^算の形成過程を知る必要を感じます。なぜならヨーロッパの近代科学の精神は、実験と観察だと思っからです。

六、定数倍の規則性の例外について

七進法で計算しました。

一割五の循環節の長さは四ケタ

一割五の二乗は四ケタ

一割五の三乗は二〇ケタ

一割五の四乗は一〇〇ケタ

例外がみわかりました。他の事例をさがしました。平方根の近似分数の研究が役にたちました。七に七をかけて一を加えると五十になります。五に五をかけて二をかけると五十になります。この関係を使って式をつくりました。

七、蟹江町でみつけた河川技術書

「秘伝定伝」(一七三六)の解説書を蟹江町歴史民俗資料館が発行しています。ピタゴラスの定理を使った計算も出てきます。水書との戦いに最新の技術を吸収したことが示されています。

M進法で $1 \div N$ と $1 \div N^2$ の循環節が同じケタ数になる場合の一例

$$M^2 + A = B \times N^2$$

Bは自然数、 M/N は \sqrt{B} の近似分数

A = -1の場合 2ケタ

A = 1の場合 4ケタ

八、長崎和算研究会の研究を参考にしました。ありがとうございます。

米光 丁彦の

米光 丁彦

Y. T.