No.
Date

1

M乗数の数列の和について

M = 1 の場合

1から10までの和は？

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 —Ⓐ

10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 —Ⓑ

Ⓐ + Ⓑ は

11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11

となるので

11 × 10 = 110

ⒶとⒷは同じなので、全体を2で割ると

110 ÷ 2 = 55

これより

1から10までの和は、55になります。

計算式は

(1 + 10) × 10 ÷ 2 = 55

2

1からNまでの和を求めるには、

$(1 + N) \times N \div 2$

$= (N + N^2) \div 2$

$= \frac{1}{2} N + \frac{1}{2} N^2$

整理すると、

$\frac{1}{2} N^2 + \frac{1}{2} N = \frac{1}{2} N (N+1)$

3

M = 2 の場合

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
100	81	64	49	36	25	16	9	4	1
101	85	73	65	61	61	65	73	85	101

順序を逆にして加えても和は同じにはなりません。

別の方法を考える必要があります。

4

数表

M = 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	5	14	30	55	91	140	204	285	385

M = 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	9	36	100	225	441	784	1296	2025	3025

M = 1 の和とその2乗

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
1	9	36	100	225	441	784	1296	2025	3025

M = 3 の場合

M = 1 の和を求める式が使えます。

$$\left[\frac{1}{2}N(N+1)\right]^2 = \frac{1}{4}N^2(N+1)^2$$

$$= \frac{1}{4}N^2 \times (N^2+2N+1)$$

$$= \frac{1}{4}N^4 + \frac{1}{2}N^3 + \frac{1}{4}N^2$$

N = 12 とすると

$$\frac{1}{4}\times 12^4 + \frac{1}{2}\times 12^3 + \frac{1}{4}\times 12^2$$

$$= 5184 + 864 + 36$$

$$= 6084$$

$11^3 = 1331$ $12^3 = 1728$

$3025 + 1331 + 1728$

$= 6084$

M = 2 の場合 の予想

M = 1

$$\frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{2}N$$

M = 2

$$\frac{1}{3}N^3 + \frac{1}{2}N^2 + \boxed{}\ N$$

M = 3

$$\frac{1}{4}N^4 + \frac{1}{2}N^3 + \frac{1}{4}N^2$$

多項式の和の形で考えると

第1項は. $\frac{1}{3}N^3$

第2項は. $\frac{1}{2}N^2$

第3項は $\boxed{}\ N$

となりそうです。

M = 2 (N = 10 N = 100 N = 1000)

の数値を求める。

N = 10	3	8	5
N = 100	33	83	50
N = 1000	333	833	500

N = 1000 の数値を使います。

$\underbrace{333}\ \underbrace{833}\ \underbrace{500}$

333 333 333 . 333
500 000
166 . 666

333 333 333 . 333 $\frac{1}{3}\times 1000^3$

500 000 $\frac{1}{2}\times 1000^2$

166 . 666 $\frac{1}{6}\times 1000$

$$\frac{1}{3}N^3 + \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{6}N$$

$$\frac{1}{3}N^3 + \frac{1}{2}N^2 + \frac{1}{6}N$$

$$= \frac{1}{6}(2N^3 + 3N^2 + N)$$

$$= \frac{1}{6}N(2N^2 + 3N + 1)$$

$$= \frac{1}{6}N(N+1)(2N+1)$$

このように変形することができます。

No. 9

M=2 (Nは1から10)
の数値を素数に分解すると.

1	1	1	
2	5	5	$5=2\times2+1$
3	14	2×7	$7=3\times2+1$
4	30	$5\times2\times3$	$5=4+1$
5	55	5×11	$11=5\times2+1$ $5=5$
6	91	7×13	$7=6+1$ $13=6\times2+1$
7	140	$7\times2\times2\times5$	$7=7$
8	204	$17\times2\times2\times3$	$17=8\times2+1$
9	285	$19\times3\times5$	$19=9\times2+1$
10	385	$11\times5\times7$	$11=10+1$

N、N+1、2N+1 の要素のあることが
わかります。

No. 10

$N\times(N+1)\times(2N+1)$
の N に 1を代入すると
$1\times(1+1)\times(2\times1+1)$
$=1\times2\times3$
$=6$
N=1 の場合 1 となるので
全体を 6で割って

$$\frac{1}{6}N(N+1)(2N+1)$$
$$=\frac{1}{6}(2N^3+3N^2+N)$$
$$=\frac{1}{3}N^3+\frac{1}{2}N^2+\frac{1}{6}N$$

No. 11

M=2、N=12 の場合は.
$11^2=121$
$12^2=144$ を使って
$385+121+144=650$

$$\frac{1}{3}\times12^3+\frac{1}{2}\times12^2+\frac{1}{6}\times12$$
$$=576+72+2$$
$$=650$$

M=1
$$\frac{1}{2}N^2+\frac{1}{2}N$$
M=2
$$\frac{1}{3}N^3+\frac{1}{2}N^2+\frac{1}{6}N$$
M=3
$$\frac{1}{4}N^4+\frac{1}{2}N^2+\frac{1}{4}N^2$$

No. 12

[説明]

M=1、M=2、M=3 の和を求める式が、どのように見つけられたのかについて考えてみました。

M=1の場合は、すぐにみつけることができますが、この方法は、M=2の場合では使えません。M=3の場合の方がM=2よりも先に見つけられたのだと想像しています。

M=2の場合は、M=1とM=3から予想できます。もっとも原始的で、しかも確実な方法、ともかく加えて数値を求めたと思います。

もう一つの方法は、数値を素数を使って分解する方法です。

Mが1、2、3の和の式は、Mがいくつであっても和の式が存在することを予測させ、同時にその式の性質を予想させてくれます。