No. 1

1 と 0.9999…… について

［問題］

$1 \div 9 = 0.1111\cdots$

$2 \div 9 = 0.2222\cdots$

$3 \div 9 = 0.3333\cdots$

となります。

$9 \div 9 = 0.9999\cdots$

としてよいのでしょうか。

No. 2

［別の形での問題の表現］

$9 \div 9 = 1$ ですが

$9 = 9 \times 1$ と考えて

$(9 \times 1) \div 9 = 9 \times (1 \div 9)$ とすると

$= 9 \times 0.1111\cdots$

$= 0.9999\cdots$

となります。

$1 = 0.9999\cdots$

としてよいのでしょうか。

No. 3

N÷N の表

N	
1	$1 \div 1 = 1$
2	$2 \div 2 = 1$
3	$3 \div 3 = 1$
4	$4 \div 4 = 1$
5	$5 \div 5 = 1$
6	$6 \div 6 = 1$
7	$7 \div 7 = 1$
8	$8 \div 8 = 1$
9	$9 \div 9 = 1$
10	$10 \div 10 = 1$

No. 4

$(N \times 1) \div N = N \times (1 \div N)$ の表

N	
1	$1 \times (1 \div 1) = 1 \times 1 = 1$
2	$2 \times (1 \div 2) = 2 \times 0.5 = 1$
3	$3 \times (1 \div 3) = 3 \times 0.\dot{3} = 0.\dot{9}$
4	$4 \times (1 \div 4) = 4 \times 0.25 = 1$
5	$5 \times (1 \div 5) = 5 \times 0.2 = 1$
6	$6 \times (1 \div 6) = 6 \times 0.1\dot{6}$ $= 0.9\dot{9}$
7	$7 \times (1 \div 7) = 7 \times 0.\dot{1}4285\dot{7}$ $= 0.\dot{9}9999\dot{9}$
8	$8 \times (1 \div 8) = 8 \times 0.125 = 1$
9	$9 \times (1 \div 9) = 9 \times 0.\dot{1} = 0.\dot{9}$
10	$10 \times (1 \div 10) = 10 \times 0.1 = 1$
11	$11 \times (1 \div 11) = 11 \times 0.\dot{0}\dot{9} = 0.\dot{9}\dot{9}$

N÷Nの表と N×(1÷N)の表のちがい

1÷N が割り切れない場合.

N×(1÷N) は 0.9999…… となります。

0.9999…… は十進法での小数表示なので

分数の和の形に書き直します。

0.9999……

$$= 0.9+0.09+0.009+0.0009+\cdots\cdots$$

$$= \frac{9}{10}+\frac{9}{100}+\frac{9}{1000}+\frac{9}{10000}+\cdots\cdots$$

$$= \frac{9}{10^1}+\frac{9}{10^2}+\frac{9}{10^3}+\frac{9}{10^4}+\cdots\cdots$$

Nを使って書き直します。

$$\frac{N-1}{N^1}+\frac{N-1}{N^2}+\frac{N-1}{N^3}+\frac{N-1}{N^4}+\cdots\cdots$$

Nを変化させることで十進法以外の場合

について考えることができます。

Nを変化させる。

N=2 (2進法の場合)

$$\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots\cdots$$

0、1 1 1 1 ……

N=3 (3進法の場合)

$$\frac{2}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\frac{2}{3^4}+\cdots\cdots$$

0、2 2 2 2 ……

N=4 (4進法の場合)

$$\frac{3}{4^1}+\frac{3}{4^2}+\frac{3}{4^3}+\frac{3}{4^4}+\cdots\cdots$$

0、3 3 3 3 ……

N=5 (5進法の場合)

$$\frac{4}{5^1}+\frac{4}{5^2}+\frac{4}{5^3}+\frac{4}{5^4}+\cdots\cdots$$

0、4 4 4 4 ……

N=2の場合 10項までの和

$$\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^6}+\frac{1}{2^7}+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{2^9}+\frac{1}{2^{10}}$$

電卓を使って

CA

$\left.\begin{array}{ll} 1\div 2 & \text{M+} \\ \div 2 & \text{M+} \\ \vdots & \vdots \end{array}\right\}$ 10回くり返す。

RM

0.9990233 CM M+

2× = = = = = = = = = 1024

RM ×1024 = 1022.9998

≒ 1023 = 1024−1

N=7の場合 4項までの和

$$\frac{6}{7^1}+\frac{6}{7^2}+\frac{6}{7^3}+\frac{6}{7^4}$$

$$= \frac{6\times(7^3+7^2+7+1)}{7^4} \quad \left(= \frac{6\times 400}{2401}\right)$$

$$= \frac{(7-1)\times(7^3+7^2+7+1)}{7^4}$$

$$= \frac{7^4-1}{7^4} = \frac{2400}{2401}$$

一般の場合。 n項までの和

$\frac{N^n-1}{N^n}$ nを大きくすると

1 近づきます。

No. 9

見方を変える。（1を無限の和に分解する。）

$$1 = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \cdots$$

$$1 = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \cdots$$

$$1 = \frac{3}{4^1} + \frac{3}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \frac{3}{4^4} + \cdots$$

$$1 = \frac{9}{10^1} + \frac{9}{10^2} + \frac{9}{10^3} + \frac{9}{10^4} + \cdots$$

$$1 = \frac{10}{11^1} + \frac{10}{11^2} + \frac{10}{11^3} + \frac{10}{11^4} + \cdots$$

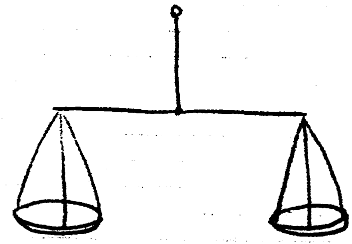
一般化すると、

$$1 = \frac{N-1}{N^1} + \frac{N-1}{N^2} + \frac{N-1}{N^3} + \frac{N-1}{N^4} + \cdots$$

No. 10

静と動

方程式の原理は「てんびん」だと思います。



$$3 \cdot x + 2 = 8$$
$$3 \cdot x + 2 - 2 = 8 - 2$$
$$3 \cdot x + 0 = 6$$
$$(3 \div 3) \cdot x = 6 \div 3$$
$$1 \cdot x = 2$$

（つりあい　または　静的状態）

No. 11

近代ヨーロッパ数学は、解析学を創り上げました。静ではなく、動の世界だと思います。

$1 = 0.9999\cdots$

の中に、

静と動が含まれていると思います。

静の表現形態としての　1

動の表現形態としての　$0.9999\cdots$

No. 12

級数　（動の世界）

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots$$
$$= e$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots$$
$$= \frac{\pi^2}{6}$$

「家庭の算数・数学百科」の81ページ「級数」より引用しました。

多項式の和の形は、十進法の分析の中から生まれたと思っています。