メンデレーエフさんについて

メンデレーエフさんは、原子の周期表（メンデレーエフシステム）を作りました。彼の方法は、化学の方法と物理の方法の総合であると考えています。物質の変化の統一的な認識をこころみました。当時はまだ、電子という考え方はありませんでしたので、なぜそうなるのかの答は後の世代の宿題となりました。同様のことは、大陸移動の考え方を作ったウェゲナーさんにもいえます。彼はいくつかの研究分野の成果をむすびつけました。なぜそうなるのかは、海底の地形の研究（大西洋の海底山脈の発見）をまつことになります。

異なる方法、異なる文化の総合が新しい発見を引きおこすという意味で、メンデレーエフさんと、ウェゲナーさんは共通するものをもっているように思います。

パスカルさん パスツールさんは、1つの事象をめぐる実験ということで対をなしているように思います。

数学の2つの大きな流れ

私たちが今日使っている数は、大きくギリシャとインドの数学の流れの土台の上にあります。

○ ギリシャの数学の流れ

$\sqrt{2}$ は、有理数では表わすことができないことを証明し数の概念を拡大させた。ユークリッド互除法を利用した平方根の近似分数、連分数の研究を発展させた。

○ インドの数学の流れ

0を発明し、10進法を、10進法による計算を完成させた。

近代ヨーロッパの科学の形成に数学は大きな役割をもつが、ギリシャ数学の流れの土台の上に、インドの数学の流れをとりこみ、総合することによって、近代の西洋数学は形成されたのではないのかと、仮説をたてています。

数学における実験と観察について

なぜ実験と観察なのか？

日本は明治以降、完成された形で西洋の数学を移入したのではないのかと考えています。近代ヨーロッパでの西洋の数学の形成過程をもっと知らなければならないのではないのか。なぜなら、新しいことを創り出すうえでのヒントがいっぱいあると思うからです。

ヨーロッパの近代科学の精神は実験と観察だと思います。科学の方法の第一歩は具体的な事実から出発し自分の頭と体を使って考えることから始まると思います。わからない場合は数に聞いたと思います。

数学は固定化されたものではなく、発展してゆくものだと考えています。計算機の進歩に感謝します。

実験と観察である以上、物理的方法と化学的方法があるはずだということで、それが何かを考えてきましたが、今だにわかりません。おもに数表づくりと数値分析をしています。

〔G先生の理科Ⅰの授業〕

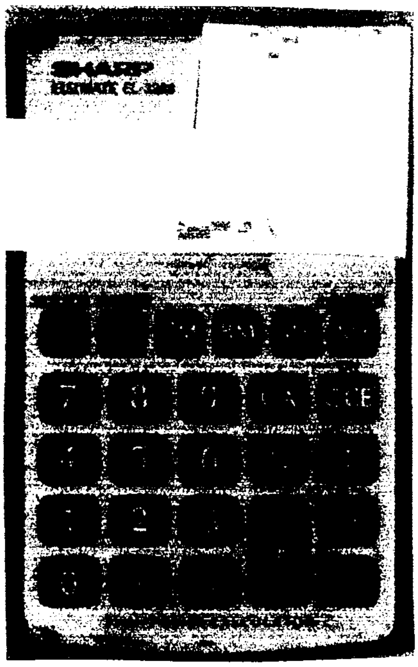
地球の内部がどうなっているのかを知るには？

1. 穴を掘る。（直接たしかめる。）
2. 地球の内部から出てくるものを調べる。
   火山の噴出物など　（化学的方法）
3. 地震によって発生するS波とP波の伝わり方を調べる。　（物理的方法）

地球化学、地球物理を例としてとりあげ、物理と化学は分野のちがいではなく、対象に対する方法のちがいであることを、強調されていました。

No.

Date



問題

1. かけ算の表の一部分です。
何進法の どの部分か。

(ア)

13	21
15	24

(イ)

13	20
15	23

(ウ)

13	20
20	24

2. 1 ÷ 7 の循環節の長さが
1 桁、2 桁になるのは何進法か。

3. 1 ÷ 5 の循環節です。何進法か。

(ア) $0.\dot{1}46\dot{3}$

(イ) $0.\dot{1}25\dot{4}$

かけ算の表づくり

2進法から10進法までの表を作って下さい。
九九とは少しちがいます。
0×0 から始まり、10×10＝100で終わります。

［5進法 の例］

	0	1	2	3	4	10
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	10
2	0	2	4	11	13	20
3	0	3	11	14	22	30
4	0	4	13	22	31	40
10	0	10	20	30	40	100

数列の規則性は？

0、1、1、2、3、5、8、3、1、4、
5、9、4、3、7、0、7、7、4、1、
5、6、1、7、8、5、3、8、1、9、
0、9、9、8、7、5、2、7、9、6、
5、・・・・・

周期のある数列です。条件（mod）を変化させて、周期の長さを調べてみて下さい。

0、0、1、$\boxed{\quad}$

0、0、1、$\boxed{\quad}$

0、0、1、$\boxed{\quad}$

と変化させるとどうでしょうか。

No.
Date

[テーマ] 素数と進法

M進法における 1/N について考えてみます。

なぜ 1/N なのか？

(ア) 四則計算のなかで、割り算が一番変化に富んでいます。割り算の基本は 1/N にあります。

(イ) 分数(比)と小数(M進法)、または積の形と和の形についての数の表わし方の「ロゼッタの石」だと思います。

(ウ) 分数は、1を原理とし、小数は、0を原理としていると思います。

1は存在から出発し、0は関係(場)から出発しているように思います。

1と0はギリシャ数学とインド数学の数の考え方のちがいも、よく表わしていると思います。

筆算による わり算について

2進法から10進法までの 1/N の表をつくって観察してみて下さい。

[6進法での 1÷8の場合]

```
         0. 0 4 3
   8 ) 1
      -0
×6     1
         6
        -0
×6       6
         3 6
        -3 2
×6         4
           2 4
          -2 4
              0
```

注意
6進法で8は12と表記しますが、10進法表記の8をそのまま使います。計算は10進法で行います。

左の ×6 に注意して下さい。×M のMを変化させることで M進法での計算ができます。

0. 0 4 3

$$0+\frac{0}{6^1}+\frac{4}{6^2}+\frac{3}{6^3}$$

$$=\frac{0+4\times6+3}{6^3}=\frac{24+3}{6^3}$$

$$=\frac{27}{6^3}=\frac{3^3}{6^3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$$

M進法において

$$\frac{1}{N}=\frac{a_1}{M^1}+\frac{a_2}{M^2}+\frac{a_3}{M^3}+\cdots\cdots$$

と分解することが筆算によるわり算の原理です。

10進法での 1÷7は

```
         0. 1 4 2 8 5 7
   7 ) 1                        あまり
      -0
×10    1                          1
       1 0                        ↓
      -  7
×10      3                        3
         3 0                      ↓
        -2 8
×10        2                      2
           2 0                    ↓
          -1 4
×10          6                    6
             6 0                  ↓
            -5 6
×10            4                  4
               4 0                ↓
              -3 5
×10              5                5
                 5 0              ↓
                -4 9              ↓
                   1              1
```

1 桁ごとの計算のあまりに注意します。

1 → 3 → 2 → 6 → 4 → 5 → 1

あまりに 1 が出てきたので計算が始まりにもどります。循環小数になる原因はここにあります。

$1 \div 7 = 0.\dot{1}4285\dot{7}$

$$\begin{array}{r} 142 \\ +857 \\ \hline 999 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ 28 \\ +57 \\ \hline 99 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.2.6 \\ +4.5.1 \\ \hline 7.7.7 \end{array}$$

$142857 \times 7 = 999999$

$= 10^6 - 1$

10進法での 1/N（Nは1から100）の表つくり

表をつくって観察して下さい。

「電卓による尺取り虫法」について

8桁電卓を使用します。

私は SHARP ELSIMATE EL-326S を使いました。理由は、CM, RM, M−, M+, CA のボタンが独立しており、メモリーを利用した、「電卓手動プログラム」を作るのに便利だと思ったからです。√キーはなくても平方根、立方根を求めるプログラムを作ることができます。

ポケットコンピュータ CASIO FX-890P を使った BASICでのプログラムを作る時に役に立ちました。

筆算 → 電卓 → コンピュータ このように考えています。

1÷49 の例

$1 \div 49 = 0.0204081$

$100 \div 49 = 2.0408163$

こうすることで 2桁多く求めることができます。さらに続きを求めます。

$0.020\underline{408}1$

408 を使います。

$408 \times 49 = 19\underline{992}$

$1000 - 992 = 8$

$8 \div 49 = 0.1632653$

408の続きは、

$163\underline{265}3$ となります。

265を使って同様の計算をすると、265の続きを求めることができます。

電卓による尺取り虫法の原理

一般に電卓において、有効桁数以下は切りすてられます。最後の1桁を使わないのは、計算結果をつなぐ時の目印にするためです。あまりは割る数よりも小さいので、「408」、「265」を使うだけで充分です。

小数桁指定のある場合は「F」を使って下さい。

$1 \div 6 \times$ 　　0.1666666

　$6 =$ 　　0.9999996

1 にはなりません。

$1 \div 6 \times 6 = 1$

とのちがいを考えてみて下さい。

No.

Date

M進法での 1/N の循環節の長さ

CASIO FX-890P （BASICプログラム）

〔注意 NがMの約数の倍数のときは使えない。〕

```
10 CLEAR
20 PRINT "Mシンホウ"
30 INPUT M
40 PRINT "1/N"
50 INPUT N
60 L=0
70 A=M
80 B=A MOD N
90 L=L+1
100 IF B=1 THEN 130
110 A=B*M
120 GOTO 80
130 PRINT L
140 GOTO 10
```

日本語訳

10 すべての変数を0にする。
20 「Mシンホウ」を表示する。
30 Mを入力する。
40 「1/N」を表示する。
50 Nを入力する。
60 Lを0とする。
70 AをMとする。
80 AをNで割ったあまりをBとする。
90 Lに1を加える。
100 条件文、Bが1ならば130へ。
110 B×MをAとする。
120 80へすすむ。
130 Lを表示する。
140 10へすすむ。

コンピュータのプログラムのもっとも簡単なものは、BASICだと思います。
このプログラムは、あまりが1になることを利用しているので、純循環の場合しか使えません。NとMが素の場合です。
8桁電卓とのちがいは、1桁ごとに計算するということです。そのかわり、10進法以外の場合でも計算することができます。
MOD は、割り算のあまりを求める場合に使用します。

M進法での 1/N の循環節の長さについて

(ア)

$M=10$ $N=7$

$M=10$ $N=7^2$

$M=10$ $N=7^3$

(イ)

$M=10$ $N=17$

$M=10$ $N=19$

$M=10$ $N=323$

(ウ)

$M=7$ $N=5$

$M=7$ $N=5^2$

$M=7$ $N=5^3$

No.
Date

M進法での 1/A のあまりの数列

```
10   CLEAR
20   PRINT "Mシンホウ"
30   INPUT   M
40   PRINT "1/A"
50   INPUT   A
60   N = 1
70   B = M
80   C = B MOD A
90   PRINT C;
100  N = N + 1
110  IF C=0 THEN 150
120  IF N=A THEN 150
130  B = C * M
140  GOTO 80
150  END
```

日本語訳

10 すべての変数を 0 にする。
20 「Mシンホウ」を表示する。
30 M を入力する。
40 「1/A」を表示する。
50 A を入力する。
60 N を 1 とする。
70 B を M とする。
80 B を Aで割ったあまりを C とする。
90 C を表示する。
100 N に 1を加える。
110 条件文. C が 0ならば 150へ。
120 条件文. N が A ならば 150へ。
130 C×M を B とする。
140 80へ すすむ。
150 終わり。

M=10 A=49 の場合

```
 10  2  20  4  40  8  31  16  13
  32  26  15  3  30  6  11  12
22  24  44  48  39  47  29  45
9  41  18  33  36  17  23  34  4
6  19  43  38  37  27  25  5  1
  10  2  20  4  40  8
Ready P6
-
```

表示部分は 8行ですが実際に使えるのは 6行です。
そこで Aが 大きい数の場合は分割して求めます。
MとAが素の場合は.
110 IF の C=0 を C=1 とします。
こうすることで くり返しをなくすことができます。
120 の IF N=A の Aの部分を変化させる
ことで. 部分ごとの数値を求めることができます。
CASIO FX-890P を使用する場合です。

あまり数列の実験例

[M=10 A=7 の場合]

3 . 2 . 6 . 4 . 5 . 1 . 3 . 2
6 . 4 . 5 ← 1 → 3 . 2 . 6
4 . 5 . 1 . 3 . 2 . 6 . 4 . 5
1 . 3 . 2 . 6 . 4 . 5 . 1
3 . 2 . 6 . 4 . 5 . 1 . 3 . 2

[M=10 A=49 の場合]

10	2	20	4	40	8
31	16	13	32	26	15
3	30	6	11	12	22
24	44	48	39	47	29
45	9	41	18	33	36
17	23	34	46	19	43
38	37	27	25	5	1

M進法における1/Nについて

① NがMの成分だけでできている場合は割り切れる。

(例) 10進法で 1/8 の場合

$1/8 = 0.125 \quad 8 = 2^3 \quad 10 = 2\times5$

2^3の次数3が割り切れるまでの桁数になる。

② NがM−1の場合

(例) 10進法で 1/9 の場合

$1/9 = 0.\dot{1} \qquad 10-1=9 \quad 9=3^2$

$1/3 = 0.\dot{3}$

循環節の長さは1桁になる。$9=3^2$と分解できるので 1/3 の場合も同様に1桁となる。

③ NがM+1の場合

(例) 10進法で 1/11 の場合

$1/11 = 0.\dot{0}\dot{9}$

循環節の長さは2桁になる。

9進法においての1/Nについて

1/2 循環節は1桁。 (0+1)

1/3 1桁で割り切れる。 (1+0)

1/4 循環節は1桁。 (0+1)

1/5 循環節は2桁。 (0+2)

1/6 固定桁が1桁、循環節は1桁。 (1+1)

1/7

1/8 循環節は1桁。 (0+1)

$9-1=8=2^3$

$9+1=10=2\times5$

$9=3\times3$

7以外の2から8までは予測できる。

7の場合の循環節は3。 $3=(7-1)/2$

M=9 N=7 の場合

$1/7 = 0.\dot{1}2\dot{5}$

$$
\begin{array}{r}
125 \\
\times \quad 7 \\
\hline
7 \\
15 \\
38 \\
\hline
888 \\
888 \\
+\quad 1 \\
\hline
1000
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr}
 & 0.\dot{1}2\dot{5} \\
 & 7\,\overline{)\,1} \\
 & -0 \\
\times 9 & 1 \\
 & 9 \\
 & -7 \\
\times 9 & 2 \\
 & 18 \\
 & -14 \\
\times 9 & 4 \\
 & 36 \\
 & -35 \\
 & 1
\end{array}
$$

9進法での計算です。

$125\times7 = 10^3 - 1$ (9進法)

となります。

41進法での1/NのLの表

N	L	N	L
2	1	26	12
3	2	27	18
4	1	28	2
5	1	29	4
6	2	30	2
7	2	31	15
8	1	32	4
9	6	33	10
10	1	34	16
11	10	35	2
12	2	36	6
13	12	37	18
14	2	38	18
15	2	39	12
16	2	40	1
17	16	—	
18	6	42	2
19	18	43	7
20	1	44	10
21	2	45	6
22	10	46	11
23	11	47	46
24	2	48	2
25	5	49	14
		50	5

No.

Date

1÷49 の観察（1÷49 = 0.020408……）

順番(N)	商(S)	あまり(A)	(N)	(S)	(A)
1	0	10	14	0	30
2	2	2	15	6	6
3	0	20	16	1	11
4	4	4	17	2	12
5	0	40	18	2	22
6	8	8	19	4	24
7	1	31	20	4	44
8	6	16	21	8	48
9	3	13	22	9	39
10	2	32	23	7	47
11	6	26	24	9	29
12	5	15	25	5	45
13	3	3	26	9	9

(N)	(S)	(A)	(N)	(S)	(A)
27	1	41	40	5	25
28	8	18	41	5	5
29	3	33	42	1	1
30	6	36	43	0	10
31	7	17	44	2	2
32	3	23	45	0	20
33	4	34	46	4	4
34	6	46	47	0	40
35	9	19	48	8	8
36	3	43	49	1	31
37	8	38	50	6	16
38	7	37	51	3	13
39	7	27	52	2	32

1÷49の計算のあまりの観察

0.	0	2	0	4	0	8	1	6	3	2
⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1	10	2	20	4	40	8	80 ↓ 31	16	160 ↓ 13	32

偶数番目のあまりに注意します。

②	④	⑥	⑧	⑩
2	4	8	16	32
2^1	2^2	2^3	2^4	2^5

n番目のあまりとは、別の見方をすると

$10^n \div 49$ のあまり

と見ることができます。

③ ⑥ ⑨ の場合でも確かめて下さい。

$10^n \div 49$ のあまりの表

② $10^2 \rightarrow 2$ $(10^2)^1 \rightarrow 2$

④ $10^4 \rightarrow 4$ $(10^2)^2 \rightarrow 2^2$

⑥ $10^6 \rightarrow 8$ $(10^2)^3 \rightarrow 2^3$

⑧ $10^8 \rightarrow 16$ $(10^2)^4 \rightarrow 2^4$

⑩ $10^{10} \rightarrow 32$ $(10^2)^5 \rightarrow 2^5$

$10^2 \div N$ のあまりを a とすると

$(10^2)^r \div N$ のあまりは

$a^r \div N$ のあまりとなる。

このように言えないだろうか。

No.
Date

一般化して考える。

A÷c のあまりを a
B÷c のあまりを b とすると
(A×B)÷c のあまりは
(a×b)÷c のあまりである。

これを確かめる実験

$\begin{cases} 8\div 7 \to 1 \\ 8\div 7 \to 1 \end{cases}$ $(8\times 8)\div 7 \to 1$

$\begin{cases} 9\div 7 \to 2 \\ 9\div 7 \to 2 \end{cases}$ $(9\times 9)\div 7 \to 4$

$\begin{cases} 10\div 7 \to 3 \\ 9\div 7 \to 2 \end{cases}$ $(10\times 9)\div 7 \to 6$

$\begin{cases} 10\div 7 \to 3 \\ 10\div 7 \to 3 \end{cases}$ $(10\times 10)\div 7 \to 2$

(9)

証明の一例

$A = mc + a$
$B = lc + b$ とする。
$(A\times B)\div c$
$= (mc+a)(lc+b)\div c$
$= (mc\cdot lc + mc\cdot b + a\cdot lc + a\cdot b)\div c$
$= c(mlc + mb + al)\div c + ab\div c$

$c(mlc+mb+al)\div c$ は c で割りきれるので あまりは
$ab\div c$ によって求めることができる。

これにより
$A^2\div c$ のあまりは
A = B の場合なので
$a^2\div c$ によって求めることができる。

山路主住(1704－1773)
さんの循環小数の研究

山路主住さんは、あまりを詳しく調べて、大きな割り算を何人かで分担して行う方法を発見した。
たとえば 10番目のあまりを使って 20番目、40番目、80番目のあまりを求めることで 21番目、41番目、81番目からの計算を同時に行うことが可能となった。
この方法の発見により、大きな循環小数の研究が可能になったのだと思う。

拾璣算法(1769)について

久留米藩主 有馬頼徸(1714−1783)さんは大名の地位を利用し、関流の秘伝を公にした。その中に大きな割り算の循環節の長さを求める問題がある。

3つの規則によって成り立っている。

ア. 成分の保存則

割る数を素数に分解する。

イ. 最小公倍数の規則性

個々の素数の循環節の長さを求めその最小公倍数を求める。

ウ. 定数倍の規則性

同じ素数が2つ以上ある場合、2つ目からは、その数をかける。

1÷14399の例

$14399 = 7 \times 11 \times 11 \times 17$

1÷7 → 6桁

1÷11 → 2桁

1÷(11×11) → 2×11 = 22(桁)

1÷17 → 16桁

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 6 & 22 & 16 \\ \hline & 3 & 11 & 8 \end{array}$$

$2 \times 3 \times 11 \times 8 = 528$

1÷14399の循環節の長さは528桁になる。

多くの割り算の結果を表にして規則性をみちびき出したのだと思う。

1÷49の循環節を等分して加える。

42個の数字を、2等分、3等分、6等分して加えます。

9がたくさんならびます。

7等分を確かめます。

$$\begin{array}{rrrrrrr} & 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 8 \\ & 1 & 6 & 3 & 2 & 6 & 5 \\ & 3 & 0 & 6 & 1 & 2 & 2 \\ & 4 & 4 & 8 & 9 & 7 & 9 \\ & 5 & 9 & 1 & 8 & 3 & 6 \\ & 7 & 3 & 4 & 6 & 9 & 3 \\ + & 8 & 7 & 7 & 5 & 5 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 2 & 8 & 5 & 4 \end{array}$$

$$1\ 4\ 2\ 8\ 5\ 7$$

成分の保存則

1÷49の循環節は42桁です。

$49 = 7 \times 7$

1÷7の循環節は6桁です。

$42 = 6 \times 7$

42桁を7等分して加えると、1÷7の循環節が現われました。

$17 \times 19 = 323$

1÷323の循環節を等分して加え、1÷17、1÷19の循環節とくらべてみると、この性質の意味がもっと良くわかります。

1÷Nの循環節の長さを予測する場合に、Nを素数に分解することの意味はここにあります。

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

説明 その1

$$(a+b)^2 = (a+b)\times(a+b)$$
$$= (a+b)\times a + (a+b)\times b$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

説明 その2

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

図 より

$(a+b)\times(a+b)$

$= a^2 + 2ab + b^2$

説明 その3

$$21^2 = (20+1)^2 = 441$$
$$= 400 + 1 + 40$$
$$22^2 = 484 = 400 + 4 + 80$$

$(a+b)^n$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2+2ab+b^2)$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2$$
$$+ a^2b + 2ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = (a+b)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)$$
$$= a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + ab^3$$
$$a^3b + 3a^2b^2 + 3ab^3 + b^4$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

係数をとり出す

($n = 0$)	(1)
$n = 1$	1 1
$n = 2$	1 2 1
$n = 3$	1 3 3 1
$n = 4$	1 4 6 4 1

1.1^n （電卓では 1.1 × = = = ）

$1.01^1 = 1.01$

$1.01^2 = 1.0201$

$1.01^3 = 1.030301$

$1.01^4 = 1.040604(01)$

$1.01^5 = 1.05101(00501)$

$1.01^6 = 1.0615201(50601)$

$1.1^1 = 1.1$

$1.1^2 = 1.21$

$1.1^3 = 1.331$

$1.1^4 = 1.4641$

$1.1^5 = 1.61051$

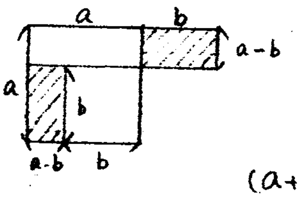
$1.1^6 = 1.771561$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

説明 その1

$$(a+b)(a-b)=(a+b)\times a-(a+b)\times b$$
$$=a^2+ab-ab-b^2$$
$$=a^2-b^2$$

説明 その2



斜線の部分の面積は
$(a-b)\times b$ に等しい。
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

説明 その3

$$41\times39=(40+1)\times(40-1)$$
$$=1600-1=1599$$
$$42\times38=(40+2)\times(40-2)$$
$$=1600-4=1596$$

a^n-1

$$a^3-1=(a-1)(a^2+a+1)$$

$$\begin{array}{r} a^2+a+1 \\ a-1\,\overline{)\,a^3+0+0-1} \\ -(a^3-a^2) \\ \hline a^2 \\ -(a^2-a) \\ \hline a-1 \\ -(a-1) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a^4-1=(a-1)(a^3+a^2+a+1)$$

数値によってたしかめる。

$$10^4-1=9999$$
$$=9\times1111$$
$$=(10-1)(10^3+10^2+10+1)$$
$$a^5-1=(a-1)(a^4+a^3+a^2+a+1)$$

No.

Date

M進法においての $1/N^2$ の一般型

M	N	L	
$M=10$	$N=7$	$L=6$	
	$N=7^2$	$L=42$	$\times 7$
	$N=7^3$	$L=294$	$\times 7$
	$N=7^4$	$L=2058$	$\times 7$
$M=5$	$N=7$	$L=6$	
	$N=7^2$	$L=42$	
	$N=7^3$	$L=294$	
	$N=7^4$	$L=2058$	
$M=3$	$N=7$	$L=6$	
	$N=7^2$	$L=42$	
	$N=7^3$	$L=294$	
	$N=7^4$	$L=2058$	

Mを変化させた時の $1/7$ のLの表

$1/7$ $(1\to3\to6\to3\to6\to2)$

M	L	M	L
2	3	15	1
3	6	16	3
4	3	17	6
5	6	18	3
6	2	19	6
—		20	2
8	1	—	
9	3	22	1
10	6	23	3
11	3	24	6
12	6	25	3
13	2	26	6
—		27	2

$1/N$ と $1/N^2$ のLが同じになる場合

$M^2 + A = 2\cdot N^2$

$A=-1$

M	N	L(N)	L(N^2)
17	12	2	2
99	70	2	2
577	408	2	2

$A=1$

M	N	L(N)	L(N^2)
7	5	4	4
41	29	4	4
239	169	4	4

（$\sqrt{2}$ の近似分数の表を利用）

一般型は

$M^2 + A = B\cdot N^2$ （Bは自然数）

$A=-1 \to L=2$　$A=1 \to L=4$

$M=7$

N	L	
5	$L=4$	
5^2	$L=4$	$\times 1$
5^3	$L=20$	$\times 5$
5^4	$L=100$	$\times 5$

$M=17$

N	L	
12	$L=2$	
12^2	$L=2$	$\times 1$
12^3	$L=12$	$\times 6$
12^4	$L=144$	$\times 12$
12^5	$L=1728$	$\times 12$

No.
Date

$M^2 + A = B \cdot N^2$ について

$17^2 - 1 = 2 \cdot 12^2$

17進法において、

$10^2 - 1 = 2 \cdot (12)^2$

これより

$1/(12)$ 　$L = 2$

$1/(2 \cdot (12))$ 　$L = 2$

$1/(12)^2$ 　$L = 2$

$1/(2 \cdot (12)^2)$ 　$L = 2$

$1/2$ の場合 $L = 1$ となる。

$17 - 1 = 16 = 2^4$

$L = 2$ については、

$17 + 1 = 18 = 2 \cdot 3^2$ によって説明できる。

$A = -1$ $L = 2$, $A = 1$ $L = 4$ について

$M = 10$ 　$N = 7$ の場合で考える。

$1/7 = 0.\dot{1}4285\dot{7}$

$10^6 - 1 = 142857 \times 7$ 　(ア)

$10^3 + 1 = 143 \times 7$ 　(イ)

$A = -1$ の場合を(ア)と考えると

$A = 1$ の場合は(イ)になる。

$(M^2 + 1 \longrightarrow M^4 - 1)$

とすることで

$A = 1$ 　$L = 4$ の場合を

説明できるような気がする。

$M^2 - 1 = (M + 1)(M - 1)$

$M^4 - 1 = (M^2 + 1)(M^2 - 1)$

No. 1

数列の規則性は？

0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 8 . 3 . 1 . 4 .
5 . 9 . 4 . 3 . 7 . 0 . 7 . 7 . 4 . 1 .
5 . 6 . 1 . 7 . 8 . 5 . 3 . 8 . 1 . 9 .
0 . 9 . 9 . 8 . 7 ……

周期のある数列です。条件（mod）を変化させて、周期（p）の長さを調べてみて下さい。

0 . 0 . 1 . □

0 . 0 . 1 . □

0 . 0 . 1 . □

と変化させるとどうでしょうか。

No. 2

数列の作り方

条件（mod=10）の場合について
前２つの数を加えます。
10より大きくなったら10を引きます。

0+1=1　　5+8=13　13−10=3

0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 8 . 3 . 1 . 4
5 . 9 . 4 . 3 . 7 . 0 . 7 . 7 . 4 . 1 .
5 . 6 . 1 . 7 . 8 . 5 . 3 . 8 . 1 . 9 .
0 . 9 . 9 . 8 . 7 . 5 . 2 . 7 . 9 . 6 .
5 . 1 . 6 . 7 . 3 . 0 . 3 . 3 . 6 . 9
5 . 4 . 9 . 3 . 2 . 5 . 7 . 2 . 9 . 1 .
0 . 1 . 1 . 2 . 3 .

周期（P）は60です。

10がたくさんできます。
前半と後半に分けて加えると

No. 3

条件（mod）を変化させると

mod = 2　　P = 3
0 . 1 . 1 . 0 . 1

mod = 3　　P = 8
0 . 1 . 1 . 2 . 0 . 2 . 2 . 1 . 0 . 1

mod = 4　　P = 6
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 1 . 0 . 1

mod = 5　　P = 20
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 0 . 3 . 3 . 1 . 4 .
0 . 4 . 4 . 3 . 2 . 0 . 2 . 2 . 4 . 1 .
0 . 1

mod = 6　　P = 24
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 2 . 1 . 3 . 4
1 . 5 . 0 . 5 . 5 . 4 . 3 . 1 . 4 . 5 .
3 . 2 . 5 . 1 . 0 . 1

No. 4

mod = 7　　P = 16
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 1 . 6 . 0 . 6 .
6 . 5 . 4 . 2 . 6 . 1 . 0 . 1

mod = 8　　P = 12
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 0 . 5 . 5 . 2 .
7 . 1 . 0 . 1 .

mod = 9　　P = 24
0 . 1 . 1 . 2 . 3 . 5 . 8 . 4 . 3 . 7 .
1 . 8 . 0 . 8 . 8 . 7 . 6 . 4 . 1 . 5 .
6 . 2 . 8 . 1 . 0 . 1

mod = 10　　P = 60

No.
Date

No. 5

mod と p の表からわかることは？

mod		p	
2		3	
3		8	
4	= 2×2	6	= 3×2
5		20	
6	= 2×3	24	= 3×8
7		16	
8	= 2×2×2	12	= 3×2×2
9	= 3×3	24	= 8×3
10	= 2×5	60	= 3×20

No. 6

mod = 21 の場合は？

mod = 21 = 3 × 7

p = ?　　8 , 16

0、1、1、2、3、5、8、13

0、13、13、5、18、2、20、1

0、1

p = 16　（8と16の最小公倍数になる。）

No. 7

mod = 16 の場合は？

mod = 16 = 2 × 2 × 2 × 2

p = ?　　3　2　2　2

0、1、1、2、3、5、8、13、5、2

7、9、0、9、9、2、11、13、8、5

13、2、15、1、0、1

p = 24 = 3×2×2×2

（mod = 2^4　p = 3×2^3）

No. 8

解説

1÷Nの循環節の長さを予測する方法で

① Nを素数に分解する。

② 最小公倍数の規則性を使う。

③ 定数倍の規則性を使う。

という方法があります。

1÷Nのあまりは限らずNよりも小さいということが重要なことです。

前2つの数を加えて、条件より大きくなったら、その数を引く場合がもっとも単純な場合です。このことより予測できることは、どのような計算であっても、ある条件の数より大きくなったらその数を引けるだけ引いて、ある条件の数より小さい数にする場合、①、②③が使えるのではないかということです。

No. 1

5型の素数と7型の素数について

〔5型の素数〕

$2^2+1=5$

$2^4+1=17$

$2^8+1=257$

2^n+1 型の素数

〔7型の素数〕

$3\times2+1=7$

$11\times2+1=23$

$23\times2+1=47$

$29\times2+1=59$

(素数)×2+1型の素数

M進法での 1/N について
N (5, 17, 257 : 7, 23, 47, 59)
として、Mを変化させてみました。

No. 2

N = 5

M	l
2	4
3	4
4	2
6	1

(対称形)

N = 7

M	l
2	3
3	6
4	3
5	6
6	2
8	1

(補完形)

No. 3

N = 17

M	l
2	8
3	16
4	4
5	16
6	16
7	16
8	8
9	8
10	16
11	16
12	16
13	4
14	16
15	8
16	2
18	1

N = 23

M	l
2	11
3	11
4	11
5	22
6	11
7	22
8	11
9	11
10	22
11	22
12	11
13	11
14	22
15	22
16	11
17	22
18	11
19	22
20	22
21	22
22	2
24	1

No. 4

N = 37　(混在型)

M	l		M	l
2	36	○	35	36
3	18	×	34	9
4	18	×	33	9
5	36	○	32	36
6	4	○	31	4
7	9	×	30	18
8	12	○	29	12
9	9	×	28	18
10	3		27	6
11	6		26	3
12	9	×	25	18
13	36	○	24	36
14	12	○	23	12
15	36	○	22	36
16	9	×	21	18
17	36	○	20	36
18	36	○	19	36

まだまだ学習不足でよくわかりません。