

平方根のテイラー展開の第三項について

林 邦英

一、一〇進法の発明

古代インドで0（ゼロ）が発明され、数の表し方がとても便利になりました。一、二、三、四、五、六、七、八、九と0（ゼロ）の十種類の数字だけで、どれだけ大きな数でも表すことができます。なぜ一〇なのかといえ、人間の両手の数が一〇本であることに理由はあるのでしょうか。

二、一〇進法のひろがり

インドから、東へ向かって、中国を経由

して、日本に一〇進法は伝わってきました。

インドから西へは、アラビアを経由して、

ヨーロッパへ伝わりました。

三、テイラー展開について

一七世紀のヨーロッパ

でニュートンさんとライ

ブニッツさんによって、

微分積分法が創られました。

中でもテイラー展開

はとてもすぐれた考え方

平方根のテイラー展開の式 式①

$$\sqrt{A^2 + B} = A + \frac{B}{2A} - \frac{B^2}{(2A)^2} + \dots$$

第2項 第3項

だと思えます。テイラー

さんはイギリスの数学者

です。平方根についてい

えば、テイラーさんより

前から、知られていまし

た。ニュートンさんは、

パスカル三角数				
		1		
	1	1		
	1	2	1	
	1	3	3	1
	1	4	6	4
	1	6	10	6
	1	7	21	28
	1	8	36	56
	1	9	54	126
	1	10	78	252
	1	11	110	462
	1	12	165	858
	1	13	243	1716
	1	14	364	3432
	1	15	546	6930
	1	16	816	14190
	1	17	1224	29634
	1	18	1818	59520
	1	19	2730	120120
	1	20	4080	252252
	1	21	6126	520056
	1	22	9168	1092480
	1	23	13740	2302380
	1	24	20736	4804800
	1	25	31225	10000000
	1	26	46380	21021000
	1	27	69270	44144100
	1	28	102960	92400000
	1	29	154710	194481000
	1	30	231840	417120000
	1	31	345180	891810000
	1	32	516960	1900800000
	1	33	770730	4124010000
	1	34	1134000	8918100000
	1	35	1675800	19448100000
	1	36	2478240	43046400000
	1	37	3651360	92400000000
	1	38	5376000	201600000000
	1	39	7953600	441441000000
	1	40	11616000	960480000000
	1	41	17030400	2102100000000
	1	42	24960000	4620000000000
	1	43	36513600	10000000000000
	1	44	53760000	22000000000000
	1	45	79536000	48000000000000
	1	46	116160000	105000000000000
	1	47	170304000	230000000000000
	1	48	249600000	500000000000000
	1	49	365136000	1100000000000000
	1	50	537600000	2400000000000000

数の表の観察です。

五、式①を使った計算例

十七の平方根を求めます。十七は十六に

一を加えたものです。十六は四に四をかけ

たものです。式①のAに四を代入し、Bに

一を代入します。四に八分の一を加え、五

二分の一を引きます。四に五二分の六

三を加えたものになります。小数で表すと、

四、一二三〇四六八……になります。平方

すると、一六・九九九五一四……になります

す。十七の平方根よりも少し小さいですが、

かなり精度のよい数値です。十七の平方根

の真数は、四、一二三二〇五六……です。

くらべてみてください。

六、平方数の表の分析 第二項について

一四の平方は一九六、九九の平方は九八〇一です。これを使って二の平方根を求めると精度のちがう二つの数値をえることができます。この差を分析することで式①の第二項を求めることができます。

七、平方数の表の分析第三項について五一の平方数は二六〇一、五二の平方数は二七〇四、五三の平方数は二八〇九です。この数値を使って二六、二七、二八の平方根の近似値を求め

$$51^2 = 2601 \text{ を使って } \sqrt{26} \text{ を求める計算}$$

$$5, 1^2 = 26, 01$$

$$\sqrt{5.1^2 - 0.01} = 5.1 - \frac{0.01}{2 \times 5.1} = 5.1 - \frac{0.01}{10.2}$$

$$= 5.1 - \frac{1}{1020} = 5.1 - 0.0009803 \dots$$

$$= 5.0990197 \dots$$

ます。二六は二五に一を加えたもの、二七は二五に二を加えたものです。二五の平方根は五です。五を二倍すると一〇になります。式①の第二項を見てください。

Aの前に係数二一がついています。一〇は、一〇進法において、位どりとして表れます。電卓を使って、二五より少し大きい数の平方根を求めました。マイナス一、マイナス四、マイナ

26	5	、	099019
27	5	、	196152
28	5	、	291502
25、1	5	、	009990
25、2	5	、	019960
25、3	5	、	029910

ス九がみえてきました。あとは位取りに注意すれば、式①の第三項を求めることができます。

八、千年の年月

人類の歴史にとって、千年は長いのでしょうかそれとも短いのでしょうか。歴史はいつも右上がりではなく、衰退したり、途絶えたりします。

九、江戸時代の円周率の数値について

円周率は約三・一四です。江戸の前期には三・一六と三・一四が使われていました。一七二〇年以降は三・一六ばかりになりました。明らかに精度は悪くなっています。一七二〇年に何がおきたのでしょうか。

十、まとめ

私は近代ヨーロッパの数学はギリシャの流れにインドの流れを取り込むことで成立したのではないかと考えています。同時代の日本はどうだったでしょうか。数学、理科ばなれが新聞記事によくのります。江戸時代と現代とはずいぶん違い、いつしかたに考えることはもちろんできません。しかし、そこに共通する何かを追求することは歴史を学ぶ上で重要なテーマだと考えています。

(参考にしたもの)

① 林隆夫さんの「インド数学の研究」

② E・マールさんの「不思議な数eの物語」(石波書店)

③ 中村和光さんの「江戸期の研究」