

## 平方根のユークリッド式連分数による分析

8桁電卓による数表作り.

$$\sqrt{7} \div 2.6457513 \quad \text{を使って}$$

CA

$$2.6457513 - \textcircled{2} = \underline{0.6457513}$$

$$M+ \quad 1 \div RM = 1.5485837 - \textcircled{1} = CM \quad M+$$

$$1 \div RM = 1.8228758 - \textcircled{1} = CM \quad M+$$

$$1 \div RM = 1.2152502 - \textcircled{1} = CM \quad M+$$

$$1 \div RM = 4.6457564 - \textcircled{4} = \underline{0.6457564}$$

$$\sqrt{7} = 2 + (1.1.1.4)_n$$

$$\sqrt{7} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$$

→ 続く.

## ポットコンピュ-タ BASIC プログラム

```
5 CLEAR
10 PRINT "RENBUNSUU; A"
20 INPUT "A"; A
30 INPUT "TIME"; T
40 N = 1
50 PRINT FIX(A); "+";
60 B = 1 / (SQRAC(A))
70 PRINT FIX(B);
80 N = N + 1
90 IF N = 10 THEN GOTO 120
100 A = B
110 GOTO 50
120 GOTO 5
```

$\sqrt{7}$  a 近似分数  $k=16$

A + 3	- 2	+ 3	- 1
-5/2	3/-1	-2/1	1/0
2/1	3/1	5/2	8/3
37/14	45/17	82/31	127/48
	717/271		2024/765
	11427/4319		32257/12192

$k=16$  a  $k$  的  $\frac{8}{3}$  a  $8 \times 2 = 16$

$$8^2 + A = 7 \cdot 3^2 \quad A = -1 \neq 1$$

$$127 \times 16 - 8 = 2024$$

$$2024 \times 16 - 127 = 32257$$

$\sqrt{13}$  の近似分数  $k=36$

$11/-3$   $-7/-2$   $4/-1$   $3/1$   $1/0$

$\frac{3}{4}$   $\frac{4}{-3}$   $\frac{7}{3}$   $\frac{11}{-4}$   $\frac{18}{1}$

$\frac{119}{-4}$   $\frac{137}{3}$   $\frac{256}{-3}$   $\frac{393}{4}$   $\frac{649}{-1}$

$\frac{4287}{4}$   $\frac{1189}{1189}$

$k=36$  or  $k=12$

$\frac{18}{5}$  or  $18 \times 2 = 36$

23382

6485

154451

42837

$18^2 A = 13.5^2$

$A = 1$

842401

233640

5564523

1543321

$649 \times 36 + 18 = 23382$

$23382 \times 36 + 649 = 842401$

$\sqrt{13}$  の近似分数  $k = 1298$

1	0	$k = 1298$ 時
649	180	$649 \times 2 = 1298$
842401	233690	

$$649^2 + A = 13 \times 180^2$$

$$A = -1$$

$$649 \times 1298 = 1 = 842401$$

$$\sqrt{13} = 3 + (1.1.1.1.6)_n$$

$$\sqrt{13} = 3 + (1.1.1.1.6)_{2n}$$

$$k = 36, \quad k = 1298$$

$n > 2$  の場合も、計算方法が同じ。

判別式は、近似分数  $M/N$  に対して

$$M^2 + A = 13 \cdot N^2 \quad A = 1 \quad A = -1.$$

を区別する。

注 1.

ポンペリリの連分数は、振動形とよぶが  
ユークリッド互除法を利用す連分数は、  
円環運動になる。

注 2.

ペル方程式は

$$X^2 - AY^2 = \pm 1 \quad \text{とか}$$

このときは、

$$\sqrt{B} = M/N \quad \text{と置いて}$$

$$M^2 + A = B \cdot N^2 \quad \text{を利用して}$$

2004. 7. 30 林 邦英