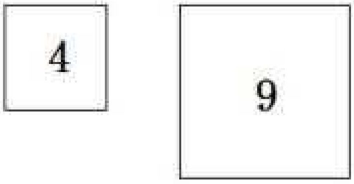
√の計算

２０１６．８．２６武田

１．面積ａの正方形の１辺の長さ

例１ 面積４と面積９の正方形の１辺の長さを求めよ。。



（式）

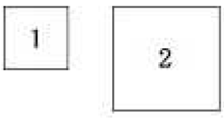
＿＿×＿＿＝４
＿＿×＿＿＝９

より

（答）

面積４の正方形の１辺の長さは、＿＿＿
面積９の正方形の１辺の長さは、＿＿＿

問１ 面積１と面積２の正方形の１辺の長さを求めよ。



（式）

＿＿×＿＿＝１
＿＿×＿＿＝２

より

（答）

面積１の正方形の１辺の長さは、＿＿＿
面積２の正方形の１辺の長さは、整数での表現は＿＿＿＿

２．平方数 a^2 の面積の正方形では、１辺の長さは次の平方数の暗記で求めることができる。

1^2 ＝　１
2^2 ＝　４
3^2 ＝　９
4^2 ＝１６
5^2 ＝２５
6^2 ＝＿＿
7^2 ＝＿＿
8^2 ＝＿＿
9^2 ＝＿＿

10^2 ＝＿＿＿
11^2 ＝＿＿＿
12^2 ＝＿＿＿
13^2 ＝＿＿＿
14^2 ＝＿＿＿
15^2 ＝＿＿＿

３．次の平方数でない数ａの面積の正方形では、１辺の長さを整数で表現できない。これは不便なので、$\sqrt{\ }$（ルートとよむ、別名は平方根）という記号をドイツ人のルドルフ博士（１６世紀）が作り出しました。これにより、無理数の世界が広がったといえるでしょう。

$\boxed{\text{例２}}$ 面積ａの正方形の１辺の長さは $\sqrt{a}$ と表すと、
平方数でない数ａにおいても、次のように表現できる。

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

また、平方数 a^2 の平方根も

$$\sqrt{a^2} = a$$

となる。

$\boxed{\text{問２}}$ $\sqrt{a}$ の長さは、実測したり計算で求めたりとギリシア時代から延々と続く歴史がある。また、和算（江戸時代は鎖国をしていたので、日本独自の数学）には「開平法」という計算方法もある。こうして、平方根表（教科書の巻末に掲載）は完成した。ここでは、暗記のしかたを紹介しよう。

$\sqrt{2}$ ＝**１．４**１４２１３５６　（一夜一夜に人見頃）
$\sqrt{3}$ ＝**１．７**３２０５０８　（人並みにおごれや）
$\sqrt{5}$ ＝**２．２**３６０６７９　（富士山麓オーム鳴く）
$\sqrt{6}$ ＝＿＿＿＿＿　（似よ良く）
$\sqrt{7}$ ＝＿＿＿＿＿＿＿　（菜に虫いない）
$\sqrt{8}$ ＝＿＿＿＿＿　（ニヤニヤ）
$\sqrt{10}$ ＝＿＿＿＿＿　（三色に）

※実際の長さを出すときは、先頭の黒字部分（２数字）を利用する。

４．ルートの計算が自由自在に出来るようにするには、「ルートを開く」という方法が大事である。まず、素数について暗記しよう。

素数とは、１とその数自身でしか割り切れない数を指す。次の９つは暗記しよう。

２、３、５、＿＿、＿＿、＿＿、＿＿、＿＿、＿＿

５．「素因数分解」とは、数を素数の積の形にすることを指す。

$\boxed{\text{例３}}$　２４を素因数分解せよ。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$24=2\times2\times2\times3$$
$$=2^3\times3$$

（参考）・２で割りきれる数は、
必ず一の位が偶数である。
・３で割り切れる数は、
必ず各位の和が３の倍数
である。
・５で割り切れる数は、
必ず一の位が０か５である。

$\boxed{\text{問３}}$　３４２０を素因数分解せよ。

６．ルートを開くとは、$\sqrt{\ }$の中を素因数分解したときに、平方数が入っているとき、
下記のようにに「ルートを開く」ことができる。

（公式）　$\sqrt{a^2\times b}=a\times\sqrt{b}$

↑

平方数

$\boxed{\text{例４}}$　$\sqrt{8}$　を開け。

$$\sqrt{8}=\sqrt{2\times2\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\times\sqrt{2}$$

問４　次のルートを開いてみよう。

（１）$\sqrt{１８}$

（２）$\sqrt{１０８}$

（３）$\sqrt{２５２}$

７．（ルートの和差）同類項以外は足し算・引き算はできないので、そのままが答となる。

例５　$\sqrt{２}+\sqrt{３}$　や　$\sqrt{５}-\sqrt{２}$　は計算できないので、そのまま

８．（ルートの乗除）かけ算・割り算は計算が可能なので、下記のように計算する。

例６　$\sqrt{２}\times\sqrt{３}=\sqrt{２\times３}=\sqrt{６}$

例７　$\sqrt{２}\div\sqrt{３}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

９．分母の有理化

分母にあるルートの記号をなくすることを言う。分母が１つのときと２つのときでは有理化の仕方が異なる。

例８

$$\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{b\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{b\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^{2}}=\frac{b\sqrt{a}}{a}$$

同じものを
分母と分子
にかける

分母から√記号がなく
なったので、分母の
有理化できたという。

例９

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{c\ (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{c\ (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^{2}-(\sqrt{b})^{2}}$$

分母が2つからなるときは、
真ん中の符号が逆のものを
分母と分子にかける

展開の公式
$(a+b)(a-b)\ =a^{2}-b^{2}$
を利用する。

$$=\frac{c\ (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

分母から√記号がなく
なったので、分母の
有理化できたという。

問５　次の分母を有理化してみよう。

（１）$\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$